Kapitola 1

kapitola prvni

Kapitola 2

kapitola druha

Kapitola 3

kapitola třeti

Kapitola 4

kapitola ctrvta

Kapitola 5

kapitola pata

Kapitola 6

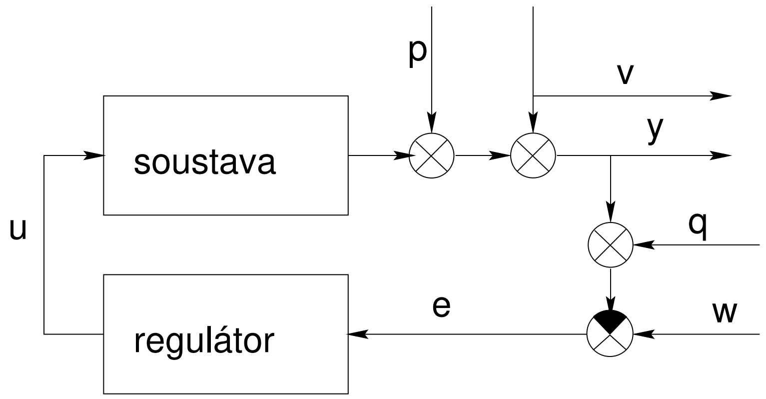
Adaptivní LQ řízení

V této kapitole se budeme zabývat návrhem regulátoru podle minimalizace kvadratického kritéria za předpokladu znalosti lineárního modelu soustavy (metoda LQ).

Oblast LQ řízení je teoreticky dopodrobna zpracována. V této kapitole se však zaměříme především na praktické aspekty LQ adaptivních regulátorů, jejich vlastnosti a nastavování. K tomu budeme využívat prostředí MATLAB- SIMULINK, které umožňuje uživateli si aktivně hrát a zkoušet. Pro ty, kteří nemají k Matlabu přístup, budou uváděná schemata pro Simulink sloužit jako bloková schemata a výsledky simulací budou muset brát tak, jak jsou.

Kapitola se skládá z několika celků, které mohou oslovit různé čtenáře. V prvních dvou oddílech 6.1 a 6.2 se uvádí přehled standardních výsledků z oblasti LQ řízení a na vybraných příkladech se dokumentuje typické chování regulačních obvodů s LQ regulátory a vliv základního "ladícího" parametru, kterým je penalizace akční veličiny v kvadratickém kritériu. Pomocí něj se snažíme dosáhnout uživatelsky vhodného regulačního pochodu. V těchto případech jsme uvažovali shodu modelu se soustavou. Oddíl 6.3 se věnuje problémům při použití LQ návrhu v adaptivní verzi regulátorů. Oddíl 6.4 se zabývá dosti podrobně a do hloubky vlastnostmi LQ přístupu z různých pohledů a obsahuje informace jak běžně dostupné v učebnicové literatuře, tak výsledky, které se obtížněji hledají či které byly získány z vlastního výzkumu. Právě na základě znalosti jednotlivých aspektů a vlastností LQ řízení docházíme k metodice nastavování LQ regulátorů, které se věnuje oddíl 6.5. V části 6.6 se stručně zmíníme o extenzi použité metody na vícerozměrové regulační obvody. Oddíl 6.7 je věnovaný algoritmickým aspektům LQ syntézy a uvádí se podrobně odmocninová metoda minimalizace kvadratického kritéria, která tvoří základ všech verzí použitých LQ regulátorů a je naznačena její realizace ve formě M souboru pro Matlab. Oddíl 6.8 popisuje použité procedury a programy pro Matlab a Simulink, které spolu vytvářejí toolbox.

6.1 Principy návrhu regulátorů podle minimalizace kvadratického kritéria



Obrázek 6.1: Schema regulačního obvodu

Vyjdeme ze základního regulačního schematu zachyceného na Obr.6.1. To představuje zjednodušenou a idealizovanou realitu. Soustava S reprezentuje uvažovaný proces. Uvažujme na př. elektrickou pícku. Teplota v určitém místě uvnitř pícky je veličinou, kterou chceme řídit, a je tedy výstupem $y(t)$. Teplota závisí na vstupním příkonu, který měníme obvykle změnou proudu, a na teplotě okolí. Proud je tedy vstupní veličinou do soustavy u_t a současně výstupem regulátoru. Vliv ostatních veličin reprezentuje porucha p_t. V uvažovaném případě je poruchou jak vliv změny napájecího napětí, které také ovlivňuje příkon, tak vliv teploty okolí. V některých případech je možné vliv poruchy přesněji specifikovat. Vliv napájecího napětí lze poměrně přesně určit a pokud budeme jeho průběh znát, bude možné ho účinně použít při kompenzaci jeho vlivu. Takové poruše říkáme měřitelná a na schematu je representována signálem v_t. Výstup y_t, který měříme a používáme pro řízení, neodpovídá vždy skutečné fyzikální veličině. Tato nesrovnalost je reprezentována signálem q_t. V dalších úvahách nebudeme tento signál uvažovat, budeme předpokládat dostatečně přesný měřicí systém. V oddíle, kde se budeme zabývat vlastnostmi LQ regulátorů ukážeme, jak by se její vliv mohl projevit. Nakonec vidíme na schematu veličinu w_t, reprezentující žádanou hodnotu.

Při návrhu regulátoru je třeba znát (zvolit) kritérium a model procesu a použít vhodnou optimalizační proceduru. Budeme se zabývat diskrétním přístupem, kdy se opíráme pouze o znalost signálů v okamžicích vzorkování. Volba periody vzorkování se tak stává důležitým faktorem návrhu LQ regulátoru ke spojité soustavě. Vliv periody vzorkování budeme probírat v části 6.4. Nyní budeme předpokládat, že byla zvolena tak, že vzniklý diskretní model dobře popisuje chování soustavy.

6.1.1 Kritérium

Cílem regulace je navrhnout takový vstupní signál $u(k)$, aby se výstup soustavy málo lišil od žádané hodnoty . Tedy aby

$$[y(k) - w(k)] \to min$$

pro všechna k, po která proces sledujeme. To znamená, že kriterium podle kterého posoudíme kvalitu řízení, musí být nezápornou funkcí všech proměnných $(y(k) - w(k))$ v hodnotách k, které nás při návrhu zajímají. Tyto podmínky splňuje kvadratické kriterium

$$\Psi = \sum_{i=k+1}^{k+T} [q_y(w(i) - y(i))^2] \tag{6.1}$$

Při hodnocení dosažené kvality řízení je třeba brát v úvahu i to, že pro lepší kvalitu bude zapotřebí větší vstupní signál. Jeho cenu pak respektujeme v kritériu dalším členem.

$$\Psi = \sum_{i=k+1}^{k+T} [q_y(w(i) - y(i))^2 + q_u u(i)^2] \tag{6.2}$$

q_y, q_u, T jsou základní parametry kritéria, jejichž volbou se snažíme dosáhnout toho, aby kritérium reprezentovalo uživatelovy představy o optimálním regulačním průběhu.

Později budeme uvažovat ještě další rozšíření kvadratického kritéria o referenční signál pro akční veličinu. Takové kritérium bude mít tvar

$$\Psi = \sum_{i=k+1}^{k+T} [q_y(w(i) - y(i))^2 + q_u(u(i) - u0(i))^2]. \tag{6.3}$$

Tím akční veličina závisí na dalším, volitelném signálu a později si ukážeme, jak jej lze s výhodou využít pro zajištění užitečných vlastností regulátoru.

6.1.2 Model

Princip LQ návrhu vychází z toho, že v aktuálním (stávajícím) čase k_0 se snažíme navrhnout hodnoty $u(k_0 + 1)$, $u(k_0 + 2), \ldots,$ $u(k_0 + T)$ tak, aby byly minimalizovány budoucí odchylky. Abychom mohli použít LQ návrh, musíme mít k disposici modely, které umožňují určit budoucí hodnoty všech signálů (veličin) vyskytujících se v kritériu. V nejjednodušším případě je to model soustavy, který použijeme pro počítání budoucích hodnot výstupu $y(k)$ a model určující průběh žádané hodnoty v budoucnu. V případě žádané hodnoty je možno místo jejího modelu znát přímo (číselně) její budoucí hodnoty.

Lineární model, který vyhovuje potřebám minimalizace kvadratického kritéria, je lineární regresní model zavedený v kapitole 3. Tím, že model je vhodný z hlediska identifikace jeho parametrů a použitelný pro syntézu, je nejčastěji používaným modelem v adaptivních regulátorech.

Budeme uvažovat regresní model s měřitelnou externí poruchou (transformovanou na výstup soustavy) t. j. regresní model

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{n} a_i y(k-i) + \sum_{i=0}^{n} b_i u(k-i) + e_k + \sum_{i=1}^{n} d_i v(k-i) + K \tag{6.4}$$

Pozn.1 Je třeba připomenout, že jediná diferenční rovnice (regresní model) může představovat více přenosů. Tak je to i v uvažovaném případě, kde model (6.4) reprezentuje přenosy podle schematu na Obr.3.1. Pozn.2 Často se diskutuje zda v uvažovaném modelu (6.4) má být $b_0 = 0$ nebo ne. Podstatné je, aby u soustav bez dopravniho zpoždění reprezentoval první součin $b_i u(k-i)$ druhe sumy v (6.4) vliv $u(.)$, které bezprostředně předchází $y(k)$. Budeme-li to součin odpovídající $i = 0$ nebo $i = 1$ je jedno. V prvem případě bude bezprostředně předcházející vstup označen $u(k)$, v druhem $u(k-1)$. V obou případech se bude jednat o stejný vzorek skutečného vstupního signálu. Meze součtu pak budou buď $\sum_{i=0}^{n}$ nebo $\sum_{i=1}^{n+1}$. Je chybou, pokud se pouze uvažuje $b_0 = 0$ ale horni mez se nezmění. To se někdy stává a taková úprava pak reprezentuje spíše změnu struktury modelu, nikoli však krok zpoždění.

Podobně i struktura regulátoru reprezentuje více přenosů. Minimalizací kritéria získáme diferenční rovnici pro optimální u(k) ve tvaru:

$$u(k) = \sum_{i=1}^{n} s_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{n} r_i u(k-i) + \sum_{i=1}^{n} cld_i v(k-i) + \sum_{i=1}^{N} clw_i w(k+i) \tag{6.5}$$

Tomu odpovídá schema na Obr.6.2.

Vidíme, že získaný řídící zákon reprezentuje současně jak zpětnou vazbu od výstupu soustavy, tak dopřednou vazbu od jednotlivých měřitelných veličin. Ze schematu vyplývá, že v tomto případě nepracuje regulátor s regulační odchylkou, ale samostatně s jednotlivými signály. Pokud chceme vlastnosti obvodu porovnávat s případem, kdy se nejprve vytváří regulační odchylka a ta vstupuje do regulátoru, musíme obvod přetransformovat podle schematu na Obr.6.3.

Struktura regulátoru je těsně svázána se strukturou modelu. V regulátoru bychom měli realizovat všechny přenosy, které vyšly z použitého modelu. Pokud bychom chtěli realizovat například jen zpětnovazební část, je třeba očekávat výrazné zhoršení pochodu.

6.1.3 Optimalizační postup

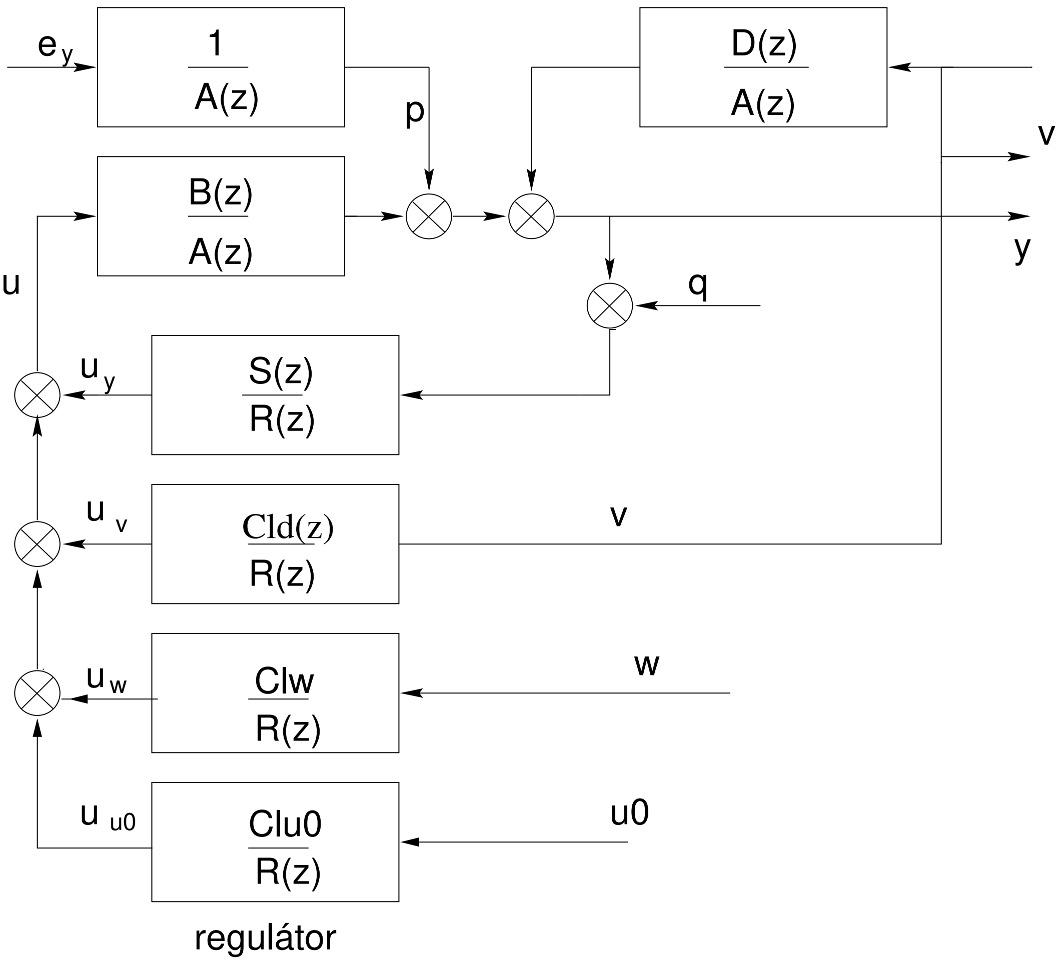
Standardní metoda minimalizace kvadratického kritéria pro LQ řízení vychází ze stavového popisu soustavy. Stavová formulace umožňuje elegantně aplikovat dynamické programování a provést minimalizaci kritéria od konce intervalu k počátku. Postupná minimalizace vede v případě lineárního stavového modelu na vývoj matice kvadratické formy. Ten se dá vyjádřit formou rovnice, která se nazývá (diskretní) Riccatiho rovnice.

Přehled standardních výsledků

Úloha lineárně kvadratického řízení je v literatuře prezentována obvykle v následující formě:

Soustava je zadaná diskretním stavovým modelem:

$$\begin{aligned} x(k) &= Fx(k-1) + Gu(k-1) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \tag{6.6}$$



Obrázek 6.2: Blokové schema regulátoru.

kde vektory $x(k)$, $y(k)$, $u(k)$ jsou vektory stavu, výstupu soustavy a vstupu a mají dimenze n, r, m. Matice F, G, C, D jsou stavová matice, vstupní, výstupní matice a matice přímé vazby. Jejich dimenze odpovídají dimenzím příslušných vektorů.

Cílem je najít posloupnost řídících zákonů L_i , které by minimalizovaly kritérium

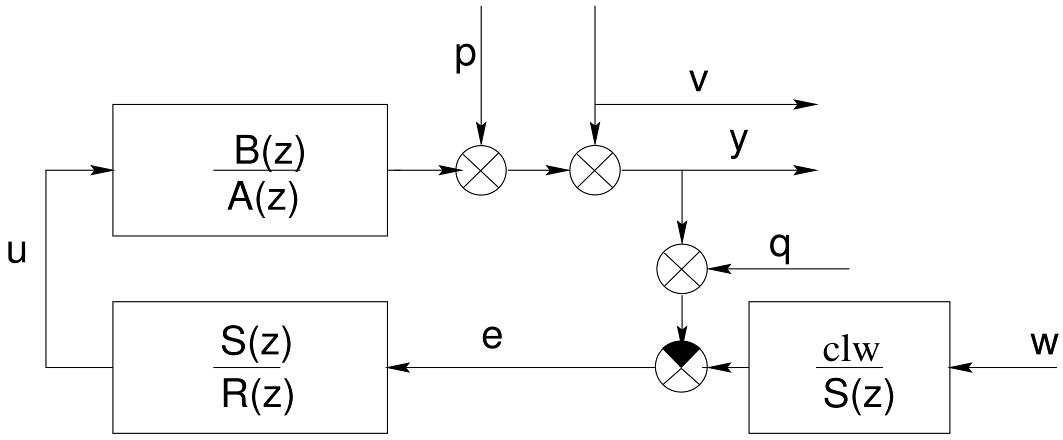
$$\Psi = \sum_{k=1}^{N} x(k)^T Q_x\ x(k) + u(k)^T Q_u\ u(k), \tag{6.7}$$

tedy optimalizovaly přechod určitého stavu $x(0)$ na nulový stav. Qx, Qy jsou penalizační matice stavu a vstupu a předpokládá se, že platí: $Qx \geq 0,\ Qu > 0$. Diskretní Riccatiho rovnice, na kterou minimalizace vede má tvar:

$$S_i = F^T S_{i-1} F - F^T S_{i-1} G (Qu + G^T S_{i-1} G)^{-1} G^T S_{i-1} F + Qx, \tag{6.8}$$

kde index i je třeba chápat jako iteraci, $i \in [1, N]$, $S_0 = 0$. Posloupnost matic S_i definuje posloupnost řídících zákonů

$$L_i = (Qu + G^T S_{i-1} G)^{-1} G^T S_{i-1} F \tag{6.9}$$



Obrázek 6.3: Schema odchylkového přístupu

Tyto řídící zákony se aplikují v obráceném pořadí iterací, tedy

$$L_N,\ L_{N-1}, .. , L_2,\ L_1.$$

Optimální řízení se vypočítá ze vztahu

$$u(k+i) = L_{N-i+1}x(k+i-1), \quad i = 1, 2, ...N$$

Celková hodnota kritéria na uvažovaném intervalu $[1, N]$ je dána výrazem

$$\Psi^* = x(0)^T S_N x(0).$$

Riccatiho rovnici (6.8) lze s využitím vztahu (6.9) zapsat v alternativních tvarech

$$S_i = F^T S_{i-1}(F - GL_i) + Q_x \tag{6.10}$$

$$S_i = (F - GL_i)^T S_{i-1}(F - GL_i) + Qx + L_i^T QuL_i \tag{6.11}$$

Zvláštní význam má v teorii řízení případ, kdy $N \to \infty$. Dokonce ve většině případů, kdy se mluví o t.zv. LQ problému, se má na mysli právě tento speciální případ. Jeho důležitost spočívá v tom, že minimalizace tohoto kritéria s nekonečným horizontem vede na stacionární řídící zákon L_∞, který je tedy časově neproměnný a za dosti obecných podmínek je toto řízení stabilizující. Tyto podmínky se týkají řiditelnosti (stabilizovatelnosti) dvojice (F,G) a pozorovatelnosti (detekovatelnosti) dvojice $(F, Qx^{1/2})$. Navíc, pokud má Riccatiho rovnice více řešení, je třeba vybrat symetrické positivně semidefinitní s největší hodností.

Toto stacionární řešení má celou řadu dalších zajímavých vlastností, kterými se budeme zabývat v dalším oddíle. Nejvýznamnější je stabilizovatelnost nejen pro soustavu, pro kterou bylo navrženo, ale i pro soustavy, jejichž amplitudová a fázová frekvenční charakteristika leží v určité vzdálenosti od nominální. Říkáme, že takové řízení je robustní ve stabilitě. Problém je, že takové řízení vyžaduje dostupnost stavu.

Dostupnost stavu je v technologických procesech výjimečná, proto v našem případě LQ optimální řízení formulujeme pro případ, že je dostupný pouze výstup soustavy. Vlastnosti takového řízení se od stavového řízení mohou dost lišit. V tomto případě se do přenosu otevřené smyčky dostane další dynamika. Buď z přenosu pozorovatele, potřebného k rekonstrukci stavu, nebo z dynamického regulátoru v případě, kdy vycházíme při formulaci z přenosu soustavy. Pokud stav dostupný není, garance robustnosti a dalších vlastností se ztrácí.

V našem řešení použijeme stav, sestávající ze zpožděných vstupů a výstupů. (Přesto, že se tento stav sestává z měřitelných signálů, nejedná se o měřitelný stav. Abychom tyto veličiny měli k disposici v čase t, je třeba předchozí měřené hodnoty uchovávat - třeba v posuvných registrech a to tvoří pozorovatele). Tedy

$$x(k-1) = [u(k-1), u(k-2), \ldots, u(k-n), y(k-1), y(k-2), \ldots, y(k-n)] \tag{6.12}$$

V takovém případě je regresor používaného modelu sestaven z aktuálního vstupu a stavového vektoru

$$z(k) = [u(k), x(k-1)]$$

Potom se stavová matice takto zavedeného stavového modelu skládá z parametrů regresního modelu, nul a jedniček. Použitý stav není minimální. Ukazuje se však, že výpočetní náročnost takto formulované úlohy, zejména v odmocninové formě, je srovnatelná se složitostí algoritmu pro řešení úlohy s minimálním stavem.

Podrobné odvození použité minimalizace včetně odmocninového algoritmu je uvedeno v sekci 6.7. Vzhledem k použitému stavu obsahuje vypočítaný ustálený řídící zákon přímo koeficienty polynomů R, S, případně i Clw Cld přenosu regulátoru.

Poznámka 1.

Je nutné použít stavovou formulaci LQ úlohy, když vycházíme ze vstupně výstupní formulace a zase se k ní nakonec vracíme? Dá se říci, že to nutné není, ale má to určité výhody.

- Alternativní možnost - polynomiální přístup poskytuje řešení právě jen pro nekonečný horizont. V adaptivním přístupu je však vhodné mít představu ustáleného řešení jako limity konečného horizontu kritéria v případech, kdy výpočetní důvody neumožní spočítat ustálené řešení.

- Stavová formulace nám umožňuje formulovat a realizovat opatrnou strategii, viz oddíl o adaptivních regulátorech

- Stavový přístup umožnil formulovat strategie s datově závislou proměnnou penalizací, viz oddíl o adaptivních regulátorech.

Poznámka 2:

Stavovou formulaci ale je možno opustit. Podařilo se vypracovat algoritmus postupné minimalizace kvadratického kritéria, který nepotřebuje zavést stav a stavový popis. Na rozdíl od klasického přístupu, kde se stav využívá k vyjádření průběžné ztráty kritéria pomocí kvadratické formy $x'(k)S_kx(k)$, využívá nový přístup seznamu proměnných, které do ztráty přispívají. Tento seznam se postupně v jednotlivých krocích minimalizace aktualizuje. Jeho aktualizace však může být mnohem obecnější než aktualizace stavu. Tímto postupem je možné pracovat s modely, jejichž struktura se mění v průběhu horizontu kritéria a uvažovat nesynchronní vzorkování pro různé proměnné [1],[2]. Pseudostavové algoritmy, popsané v této práci, lze pro jejich poměrnou jednoduchost, průhlednost a spolehlivost považovat za použitelné v praxi.

6.2 Užití regulátorů, příklady a simulace

V předchozí části jsme se seznámili se základními rysy regulátoru, navrženého podle minimalizace kvadratického kritéria. Víme, že musíme zvolit kritérium, v něm penalizace těch veličin, které chceme do kvadratického kritéria zahrnout, a určit model, který popisuje chování řízeného procesu. Tím mohou být potřebné přenosy soustavy, přenos poruchy a případně přenosy dalších měřitelných veličin.

Máme-li tyto dva kroky za sebou, použijeme počítačový program, (Viz oddíl 6.8) a ten vygeneruje příslušný řídící zákon, jenž je eventuelně realizován i několika přenosy.

Nyní zbývá jen navržený řídící zákon realizovat a přesvědčit se, jaký regulační pochod jsme získali. K tomu, aby byl dobrý a splňoval naše představy, potřebujeme nejen znát dobrý model procesu, ale umět zvolit takové penalizace v kritériu, které na dobrý regulační pochod povedou.

Cílem této části je seznámit se s typickým chováním LQ regulátoru v různých režimech a s různými soustavami. Výhodou LQ regulátorů je skutečnost, že regulační pochody jsou optimální, ovšem z matematického hlediska, vzhledem ke zvolenému kritériu. Pochopitelně v případě, že soustava i model jsou shodné a lineární. Ani za této “ideální” situace nemusí být pochody “uživatelsky optimální”. Téměř vždy si kvalitnější regulační pochod vyžaduje vstupní signál, který je energeticky náročnější, má větší amplitudu a obsahuje vyšší frekvence. A takový signál si uživatel třeba nemůže dovolit. Uživatel vyjadřuje svůj kompromis mezi kvalitou a požadavky na vstupní signál pomocí hodnoty penalizace vstupu Qu (přesněji poměrem Qu/Qy). Tato veličina se tak stává základním ladícím prvkem. Brzy uvidíme, že tento ladicí “knoflík” nestačí na nastavení regulačního pochodu tak, aby splňoval stanovené požadavky. Při použití LQ regulátoru v praxi bude třeba i dalších možností úpravy regulačního pochodu jako je dynamická penalizace, úprava přenosu otevřené smyčky či filtrace. Těmito možnostmi se však budeme zabývat až v dalším oddíle.

S typickými vlastnostmi LQ regulátorů se seznámíme na příkladech realizovaných v prostředí Matlabu a Simulinku s využitím funkcí a simulačních schemat LQtoolboxu. Tato část současně poslouží k seznámení s prací a možnostmi zmiňovaného toolboxu. Systematicky jsou funkce toolboxu popsány v oddíle 6.8.

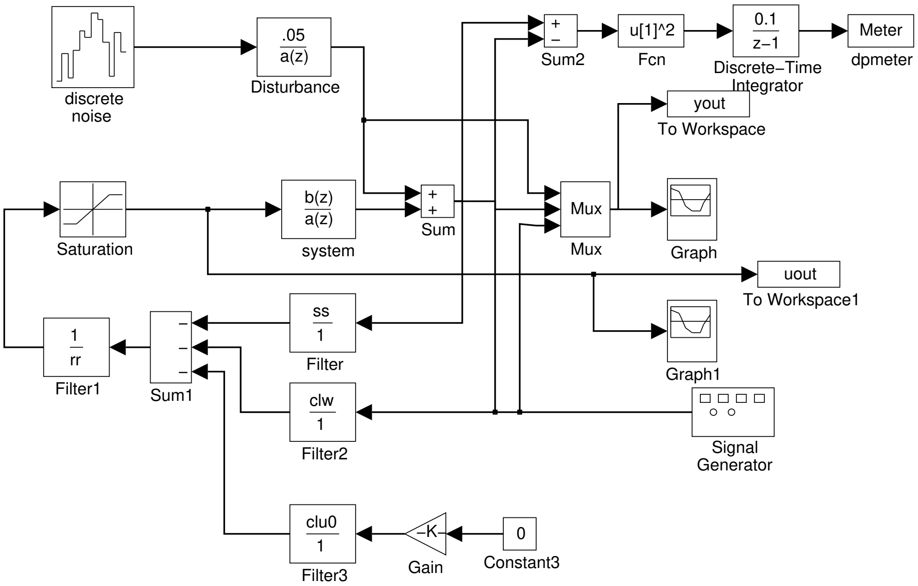
Pro simulace příkladů použijeme regulační schema se soustavou, regulátorem, obvody realizujícími poruchu, generátorem žádané hodnoty a dalšími pomocnými bloky. Před simulací je třeba jednotlivé bloky nastavit. K tomu lze použít připravené procedury a programy z toolboxu.

Základní simulační schema je reprezentováno souborem **schema1.m** a je zobrazeno na obr.6.4. Je obdobou schematu 6.3.

Poznámka

Pokud bychom vytvořili identické schema s (6.3), dostali bychom nestabilní pochody v případech, kdy $R(z^{-1})$ je nestabilní polynom. Důvodem by byly nestabilní přenosy otevřené smyčky, které vznikající od bloků $\frac{Clw}{R}$ a $\frac{Clu0}{R}$.

Schema1.m se dále vyskytuje ve dvou modifikacích (**schema1p.m**) pro demonstraci kompenzace poruchy a (**schema1w.m**) pro demonstraci řízení na změnu žádané hodnoty.



Obrázek 6.4: Základní simulační schema

Na schematu vidíme soustavu realizovanou blokem System diskretním přenosem a náhodnou poruchu generovanou pomocí bloku Discrete noise a Disturbance. Před soustavu je zařazen blok saturace reprezentující obvyklé omezení akční veličiny. Regulátor je realizován bloky Filter - Filter3. Filter a Filter1 realizují zpětnovazební část, Filter2 vliv žádané hodnoty a Filter3 vliv pomocného signálu $u0$, který se však ve standardním přístupu nepoužívá. Proto je na tomto schematu odpojen. Žádaná hodnota je generována simulinkovým blokem Signal Generator. Další bloky slouží k zobrazování veličin a vyčíslení součtu kvadrátu odchylky výstupu od žádané hodnoty.

Soubor **modely.m** obsahuje řadu připravených soustav, jež je možno interaktivně zvolit. Soubor dále nastaví odpovídající periodu vzorkování T_0 a některé další parametry pro simulaci a nabídne výpočet regulátoru.

Kvalita regulačního pochodu do značné míry závisí na vlastnostech soustavy. Je známo, že t.zv. neminimálně fázové soustavy patří mezi soustavy, u nichž je kvalita regulačního pochodu někdy výrazně omezena. Jsou to takové soustavy, jejichž přenos má nestabilní nuly. Zatímco spojité neminimálně fázové soustavy se nevyskytují často, při diskretním popisu se s nimi setkáme podstatně častěji. Zde totiž vlastnost neminimální fáze nezávisí jen na fyzikálních vlastnostech soustavy, ale i na periodě vzorkování.

Pro příklady jsme vybrali několik jednoduchých soustav, které jsou vhodné na demonstraci typických vlastností. Uvedeme si jejich krátkou charakteristiku.

S1 Jednoduchá soustava druhého řádu popsaná spojitým přenosem

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \tag{6.13}$$

Většinou budeme používat její diskretní versi, získanou vzorkováním s periodou $Tv = .1s$, která má diskretní přenos

$$G(z^{-1}) = \frac{.00468 + .00438z^{-1}}{1 - 1.81z^{-1} + .8187z^{-2}} \tag{6.14}$$

Tento proces je jednoduchý, lze dosáhnout kvalitních regulačních pochodů, je minimálně fázový a bude na něm demonstrováno zejména standardní chování.

S3 Je jeden ze tří diskretních přenosů reprezentujících mechanickou soustavu, která byla prezentována jako "benchmark" v [3]. Přenos soustavy má výrazná rezonanční převýšení.

$$G(z^{-1}) = \frac{0.2826z^{-3} + 0.50666z^{-4}}{1 - 1.9919z^{-1} + 2.2026z^{-2} - 1.8408z^{-3} + 0.8941z^{-4}}$$

S5 Je jednoduchý diskretní model Peltonovy turbíny s dlouhým přívodním potrubím, jejíž přenos vychází neminimálně fázový.

$$G(z^{-1}) = \frac{-2.0 + 2.05z^{-1}}{1 - .95z^{-1}}$$

Další tři soustavy jsou "umělé". Bylo použito diskretního přenosu S1, ale čitatel byl změněn tak, aby

S6 Soustava S1 měla dva kroky dopravního zpoždění, tedy

$$G(z^{-1}) = \frac{.00468z^{-2} + .00438z^{-3}}{1 - 1.81z^{-1} + .8187z^{-2}}$$

S7 Čitatel soustavy obsahoval jeden nestabilní kořen

$$G(z^{-1}) = \frac{.1 - .16z^{-1} + 0.028z^{-2}}{1 - 1.81z^{-1} + .8187z^{-2}}$$

S8 Čitatel soustavy obsahoval dva nestabilní kořeny

$$G(z^{-1}) = \frac{1 - 2.15z^{-1} + 1.155z^{-2}}{1 - 1.81z^{-1} + .8187z^{-2}}$$

Soustava S9 je nestabilní s čitatelem soustavy S1.

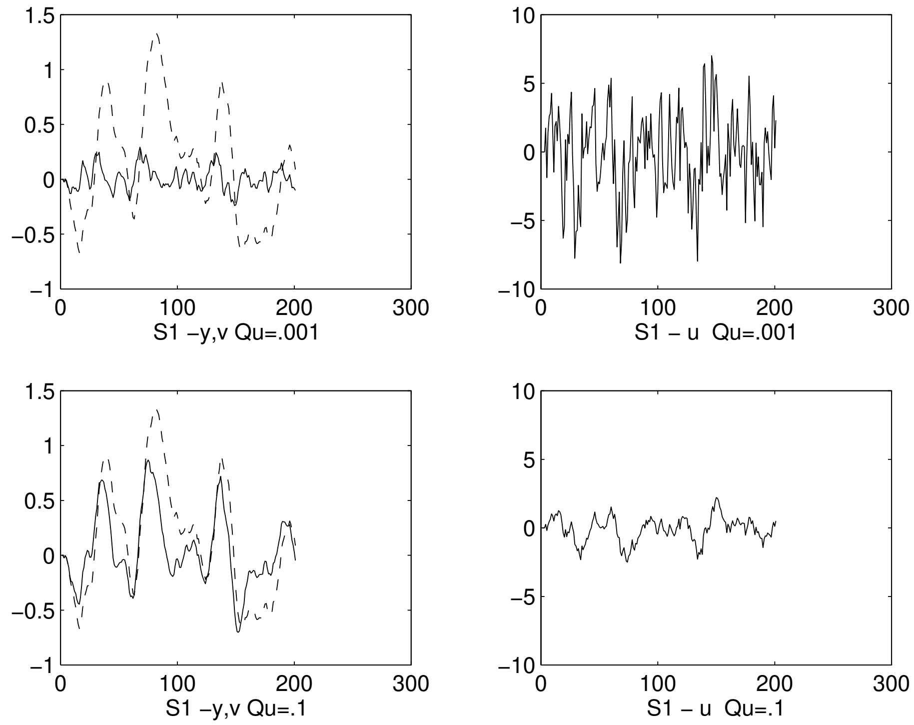
$$G(z^{-1}) = \frac{.00468 + .00438z^{-1}}{1 - 2.104z^{-1} + 1.10671z^{-2}}$$

Pro výpočet optimálního řízení budeme používat základní optimalizační proceduru **lqex1.m** Pro demonstraci vlastností rozdělíme příklady na případ kompenzace poruchy a řízení. Z uvedených soustav byly použity v následujících simulacích ty, které jsou pro demonstraci uvažované vlastnosti nejvhodněší.

Kompenzace stochastické poruchy

.

Optimální řídící zákon se bude skládat jen ze zpětnovazební složky $\frac{S}{R}$. Pro případ "hodné" soustavy S1 a pro dvě různé hodnoty penalizace je průběh kompenzace a velikosti akčních zásahů zachycen na obr.6.5.



Obrázek 6.5: Průběh kompenzace poruchy soustavy S1 pro různé penalizace

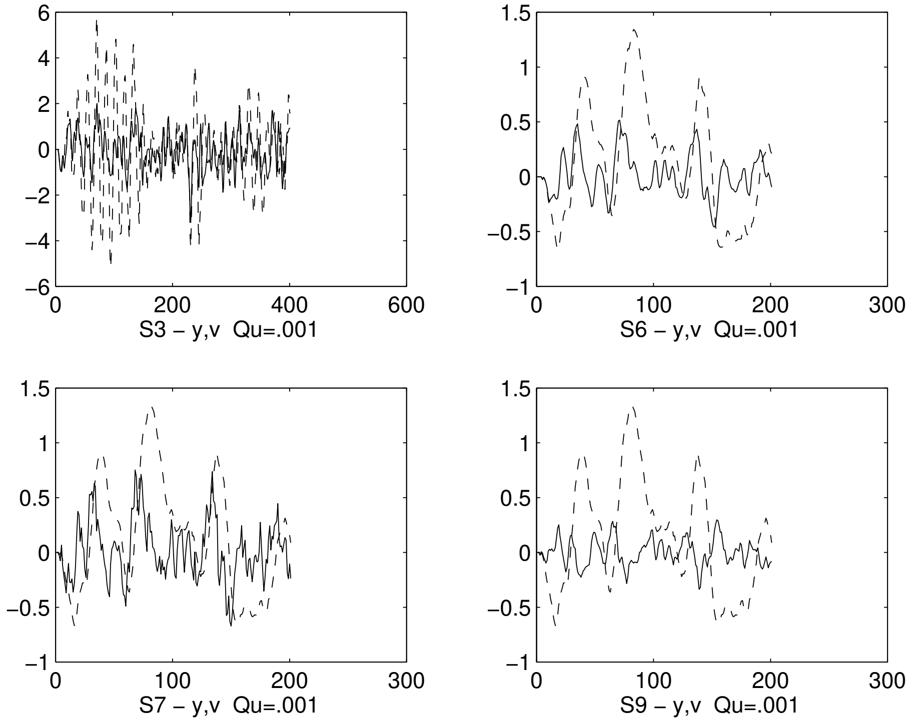
Na grafech je zachycen průběh poruchy (Sx-y,v) a průběh akční veličiny (Sx-u).

Na další čtveřici grafů (obr.6.6) jsou průběhy kompenzace poruchy pro kmitavou soustavu (S3), soustavu s dopravním zpožděním (S6), neminimálně fázovou soustavu (S7) a nestabilní soustavu (S9) pro poměrně malou penalizaci Qu = .001

Poznámky

1. Průběhy poruch soustav S1, S6, S7, S9 jsou stejné, neboť byly vytvořeny stejným filtrem. Filtr pro nestabilní soustavu S9 má kořeny reciproké k jejím nestabilním kořenům, abychom získali stabilní signál. Jeho autokorelační funkce však odpovídá i jmenovateli původní nestabilní soustavy.

2. Pokud budeme provádět experimenty s regulací soustavy S1, t.j. budeme měnit penalizaci, zavedeme účinné omezení akčích zásahů v bloku saturace nebo použijeme pro optimalizaci jen krátkého horizontu v kritériu, dostaneme převážně výsledky, kdy porucha bude více či méně kompenzována. Přitom penalizace Qu výrazně ovlivňuje kvalitu kompenzace poruchy.



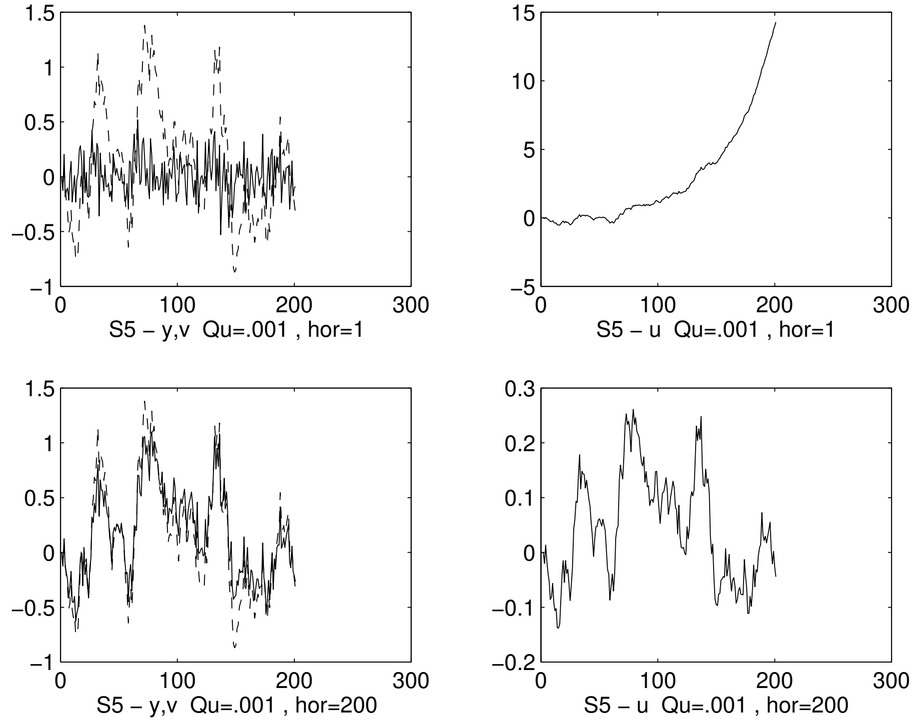
Obrázek 6.6: Průběh kompenzace poruchy pro různé soustavy a penalizaci Qu=.001

3. Něco podobného ovšem neplatí u ostatních simulovaných soustav, t.j. nestabilních, neminimálně fázových či s dopravním zpožděním. U nestabilní soustavy (S9) je kritické omezení vstupního signálu. V simulovaném příkladě na obr.6.6d je akční veličina většinou v mezích $|u_t| < 5$. Přesto vede omezení právě na $|u_t| < 5$ k výraznému zhoršení kompenzace a omezení $|u_t| < 4$ k nestabilitě. Účinnou pomocí je zvětšení penalizace Qu tak, aby se omezení nemohlo projevit. Délka použitého horizontu v kritériu nemá v tomto případě na kvalitu kompenzace podstatný vliv.

4. U neminimálně fázové soustavy (S7)(obr.6.6c) vidíme, že porucha je kompenzována jen velmi málo. Další experimenty ukazují,že téměř nezávisí na penalizaci Qu. Amplituda akčních zásahů je malá a jejich omezení v bloku saturace vede k dalšímu zhoršení kompenzace poruchy, ale tak, že se blíží poruše bez regulace. Významně se v tomto případě projevuje délka horizontu v použitém kritériu. Použití krátkého horizontu (hor=3) vede na regulační pochod, který je horší než případ bez regulace. Pokud nebudeme uvažovat doplňkovou penalizaci koncového stavu, budeme dostávat nestabilní pochody (viz oddíl 6.4.1 - Stabilita).

5. Soustava S6 se liší od S1 tím, že má dva kroky dopravního zpoždění. Průběh kompensace je podobný pochodu se soustaviou S1 a je na obr.6.6b. Pro tuto soustavu se i při krátkém horizontu podaří najít penalizaci, která vede na dobrou kompenzaci poruchy.

6. Na obr.6.7 jsou zachyceny dva průběhy kompenzace poruchy se soustavou S5. V první



Obrázek 6.7: Průběh kompenzace poruchy soustavy S5 pro různý horizont kritéria

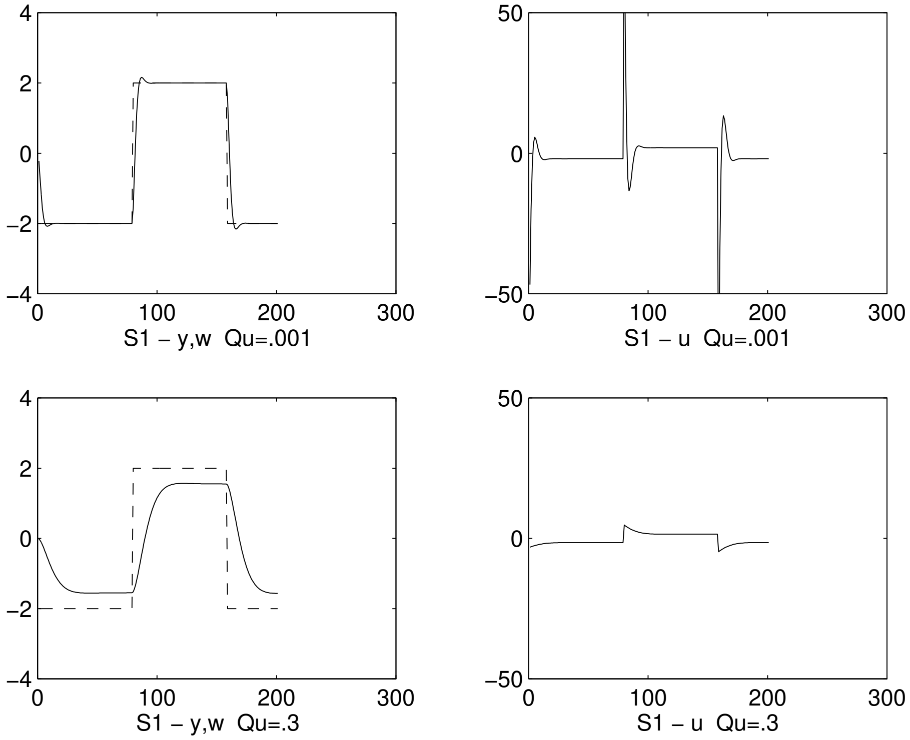
serii je zachycen pochod, získaný jednokrokovou strategií (hor=1). Vidíme na jedné straně výraznou kompenzaci poruchy, na druhé straně ale nestabilní vstupní signál. Jedná se o typickou vlastnost řízení neminimálně fázových soustav, kdy lze (krátkodobě) docílit kvalitní regulační pochod s nestabilním vstupním signálem. Optimální, stabilní pochod je dokumentován druhou dvojicí obrázů. Lze vidět jen malou kompenzaci šumu. V souladu s tím, tato kompenzace vyžaduje jen velmi malý vstupní signál.

Kompenzace poruchy, která je regresním modelem předpokládána, je skutečně optimální. U minimálně fázové soustavy lze poruchu kompenzovat do té míry, že zbyde pouze bílý šum, který byl jejím zdrojem. U neminimální fáze je schopnost kompenzace omezena. Výhodou optimálního regulátoru zde ovšem je, že v takovém případě vystačí jen s malými akčními zásahy.

Řízení na změnu žádané hodnoty

Budeme nejprve uvažovat změnu žádané hodnoty skokem.

Na obr.6.8 jsou zachyceny přechodové charakteristiky soustavy S1 a akční zásahy pro dvě různé penalizace. Na obr.6.9 je zachycena podobná situace pro neminimálně fázovou soustavu S7. Obr.6.10 obsahuje přechodové charakteristiky soustavy S3 a nestabilní soustavy S9. Na obr.6.11 vidíme přechodové charakteristiky soustavy S3 a S1 s omezením akční veličiny. Zatímco v případě S3 je výsledný proces špatný, pro soustavu S1 má omezení u příznivý účinnek. Při experimentech s těmito soustavami při různých podmínkách



Obrázek 6.8: Průběh skoku řízení soustavy S1 pro různé penalizace

dospějeme k následujícím závěrům.

1. Standardní optimalizace kritéria vede k trvalé regulační odchylce. Její velikost závisí na velikosti penalizace akční veličiny a zesílení soustavy. (Proto v případě penalizace Qu=.001 není patrná). Pokud se jí chceme zbavit, musíme dodat do otevřené smyčky integrační člen nebo využít signálu u0.

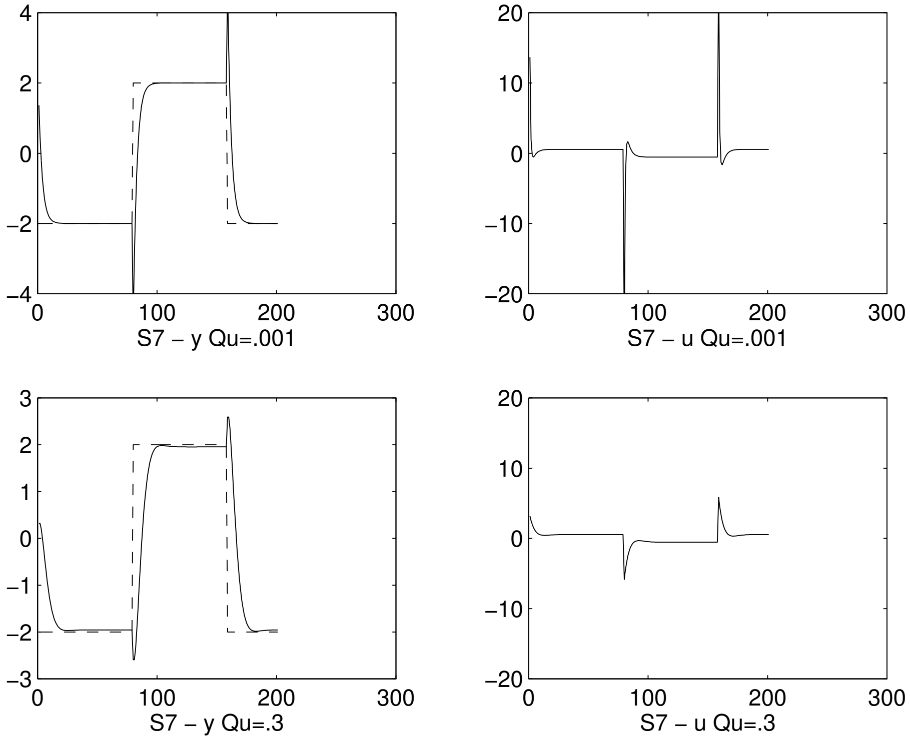
2. Existují soustavy, na př S3, u kterých nelze odstranit překmit v odezvě na skok ani libovolnou volbou penalizace. Viz obr. 6.10c.

3. Podobně jako u kompenzace poruchy je omezení akční veličiny přijatelné pro soustavy minimálně fázové, pro soustavy nestabilní může způsobit nestabilitu a pro neminimálně fázové případy se může projevovat velmi negativně.

4. Ukazuje se, že podmínky pro kvalitní regulační pochod jsou při řízení na změnu žádané hodnoty stejné jako v případě kompenzace poruchy.

5. Trvalá regulační odchylka může pro případ změny žádané hodnoty rampou narůstat (obr. 6.12).

V dosavadních příkladech se soustava simulovala diskretně. Zbývá ještě ověřit, zda se uvažovaný regulátor chová podobně i se spojitou soustavou. K tomu použijeme simulační schema **schema2.m**, ve kterém je soustava simulována spojitě. Na obr.6.13 je znázorněno



Obrázek 6.9: Průběh skoku řízení soustavy S7 pro různé penalizace

kombinované řízení na skokovou změnu žádané hodnoty a kompenzace poruchy pro soustavu S1 a S1 s dopravním zpožděním (V diskretní reprezentaci S6). Vzhledem k tomu, že byla použita správná perioda vzorkování, mají pochody stejný charakter.

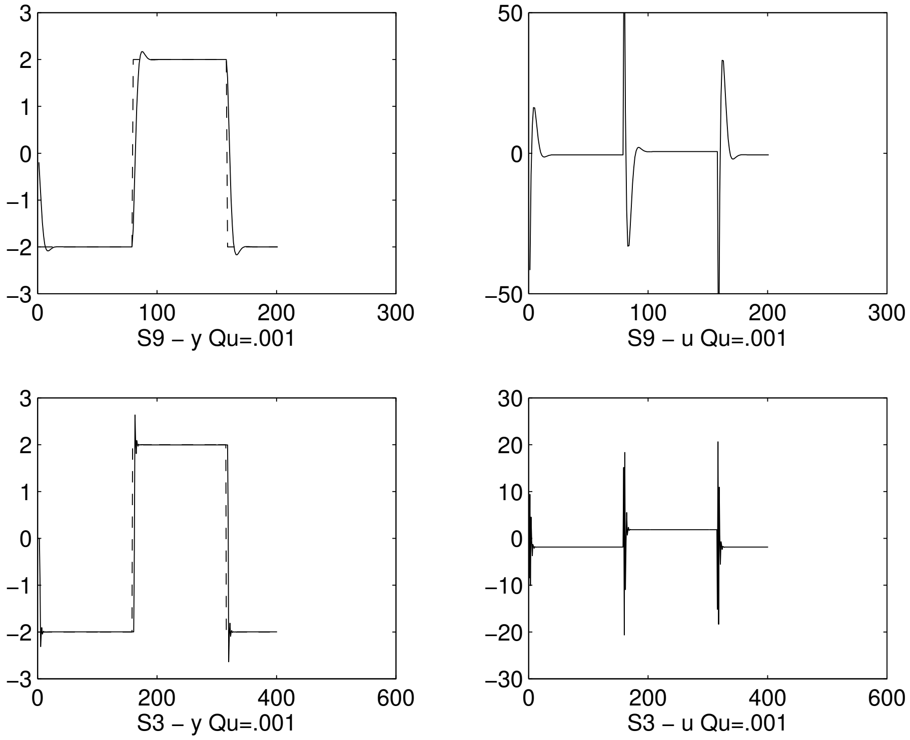
V této části jsme si na vybraných příkladech ukázali na typické chování LQ regulátoru. Všechny průběhy byly optimální, ne ve všech případech jsme ale dostali průběhy uživatelsky vhodné . Zjištěné nedostatky se týkaly zejména:

- trvalé regulační odchylky
- kmitavosti při přechodovém ději
- nestabilních pochodů s krátkým horizontem kritéria
- nestability při omezení vstupního signálu.

Řešením těchto problémů, otázkami spojenými s periodou vzorkování a problematikou robustnosti, to je vlastnostmi regulace, kdy regulátor byl navržen pro jinou soustavu, se budeme podrobněji zabývat v dalším oddíle.

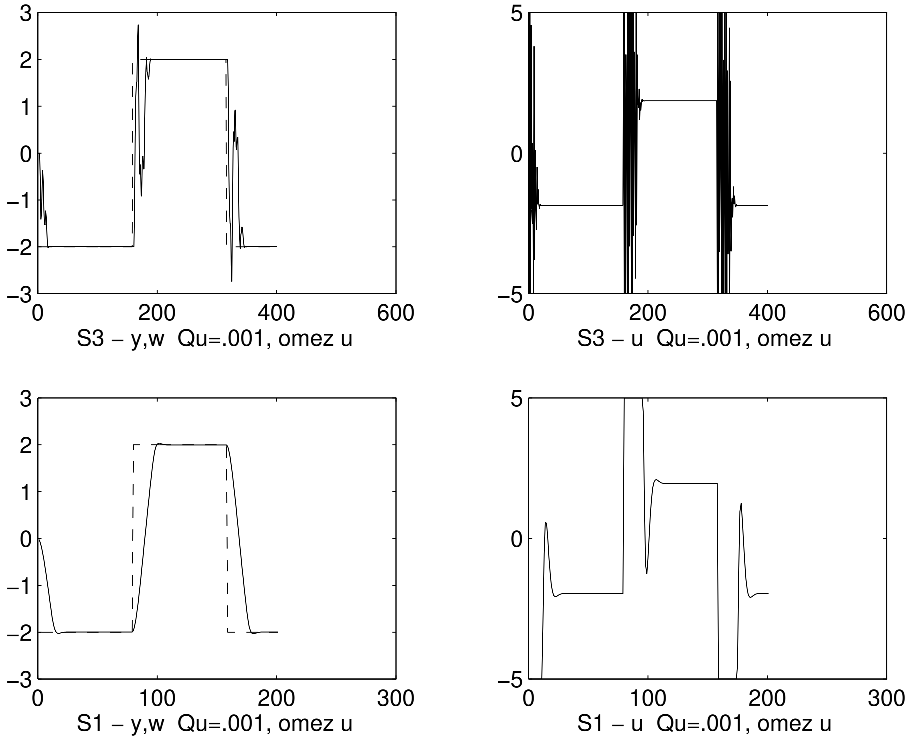
6.3 Adaptivní regulace

V předchozí části jsme se seznámili s typickým chováním LQ regulátoru v případě, že regulátor byl navržen pro známou soustavu. V mnoha situacích však vlastnosti (přenos)



Obrázek 6.10: Průběh skoku řízení soustav S3 a S9 pro Qu=.001

soustavy známy nejsou, jsou známy částečně nebo je skutečná soustava tak složitá, že musíme pro návrh regulátoru vycházet jen z její přiměřené aproximace. Při návrhu regulátoru pak nevycházíme ze skutečné soustavy, ale z jejího modelu. Strukturu modelu a hodnoty jeho parametrů určujeme jednak z informace o procesu samém (z matematického modelu) (apriorní informace) a jednak z dat naměřených na procesu při provozu či experimentech. Pro použití regulátoru v takových situacích vyvstávají do popředí otázky adaptace a robustnosti. Obě tyto oblasti se někdy chápou antagonisticky, s pohledu praxe je však třeba je uvažovat souběžně. Při modelování řízeného procesu jsme vždy omezeni přípustnou složitostí modelu a schopností získat z dat informaci o parametrech modelu. Čím lépe se podaří adaptovat model na skutečnou soustavu, tím více vystoupí do popředí adaptivita, v opačném případě bude pro kvalitu regulačního pochodu rozhodující robustnost. (Tedy schopnost zajistit vyhovující kvalitu regulačního pochodu i v případě,kdy se model a soustava výrazněji liší.) Je evidentní, že bude-li dominovat adaptace, budeme schopni zístat kvalitnější regulační pochody. V tomto oddílu se budeme věnovat právě adaptaci. V ní hraje dominantní úlohu identifikace jako proces poznávání vlastnosti soustavy z naměřených dat, která lze běžně považovat za náhodné procesy. Pokusíme se tedy nejdříve formulovat LQ úlohu ve stochastickém případě. Ukážeme si, jak jsou v adaptivním přístupu skloubeny poznávací činnost (identifikace) a syntéza řízení a jaká specifika pro tyto procesy v adaptivním případě vyplývají. Na závěr si opět budeme demonstrovat typické chování LQ adaptivního regulátoru pomocí LQtoolboxu.



Obrázek 6.11: Průběh skoku řízení soustavy S1 a S3 při omezení akční veličiny

6.3.1 Stochastický přístup k návrhu LQ regulátoru

Dosud jsme probírali vlastnosti LQ návrhu, který se týkal deterministických signálů. LQ syntéza je však přímo předurčena pro práci s náhodnými signály. Stačí připomenout Wienerovu syntézu, která pro známé stochastické vlastnosti poruchy umožňovala navrhnout optimální řízení minimalizující kvadratickou ztrátu.

Jestliže je výstup soustavy náhodný (resp. obsahuje náhodnou složku), pak nelze přímo minimalizovat kritérium 6.2, ale je třeba použít nějakou deterministickou funkci náhodných proměnných. Ukazuje se, že střední hodnota náhodné proměnné či procesu je takovou vhodnou funkcí. Kritérium bude vypadat následovně:

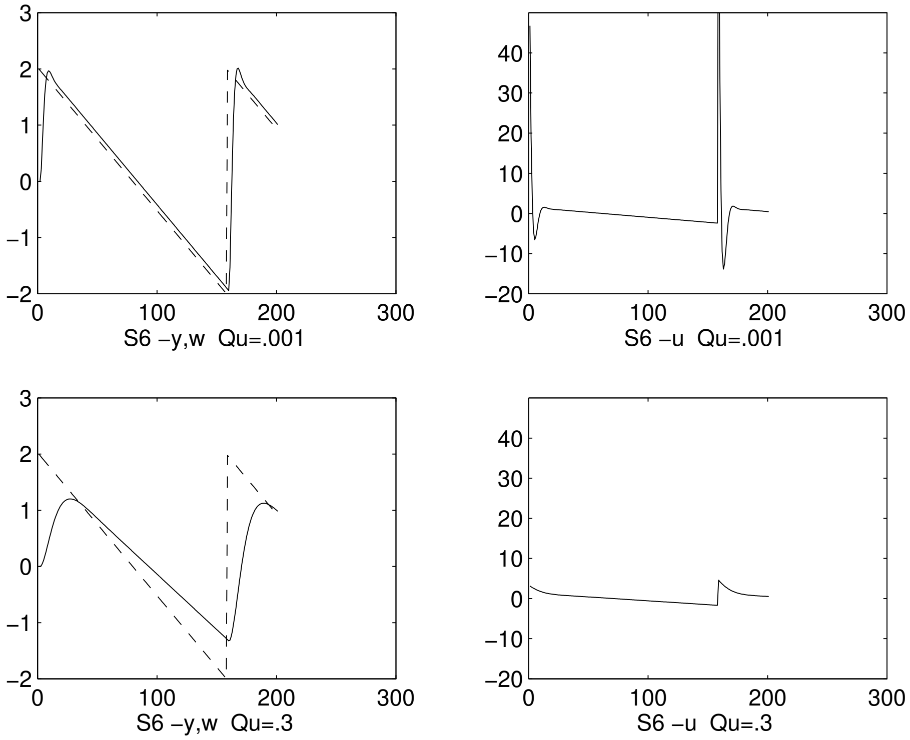
$$\Psi = \mathcal{E}(\sum_{t+1}^{t+T}[q_y(y(k)-w(k))^2 + q_u u(k)^2]) \tag{6.15}$$

Zavedení střední hodnoty nepřináší zásadní komplikace. Při minimalizaci kritéria budeme potřebovat model, který potřebnou střední hodnotu definuje. Takovým modelem je již zavedený regresní model 6.4, kde "deterministická" část signálu, to je

$$\hat{y}(k) = \sum_{1}^{n} a_i y(k-i) + \sum_{0}^{n} b_i u(k-i) + \sum_{1}^{n} d_i v(k-i) + K \tag{6.16}$$

je současně podmíněnou střední hodnotou výstupu $y(k)$. Lze tedy psát:

$$\hat{y}(k) = \mathcal{E}(y(k)|x(k-1), u(k)) \tag{6.17}$$



Obrázek 6.12: Průběh odezvy soustavy S6 na změnu žádané hodnoty ve tvaru rampy

a signál $y(k)$ je modelován jako

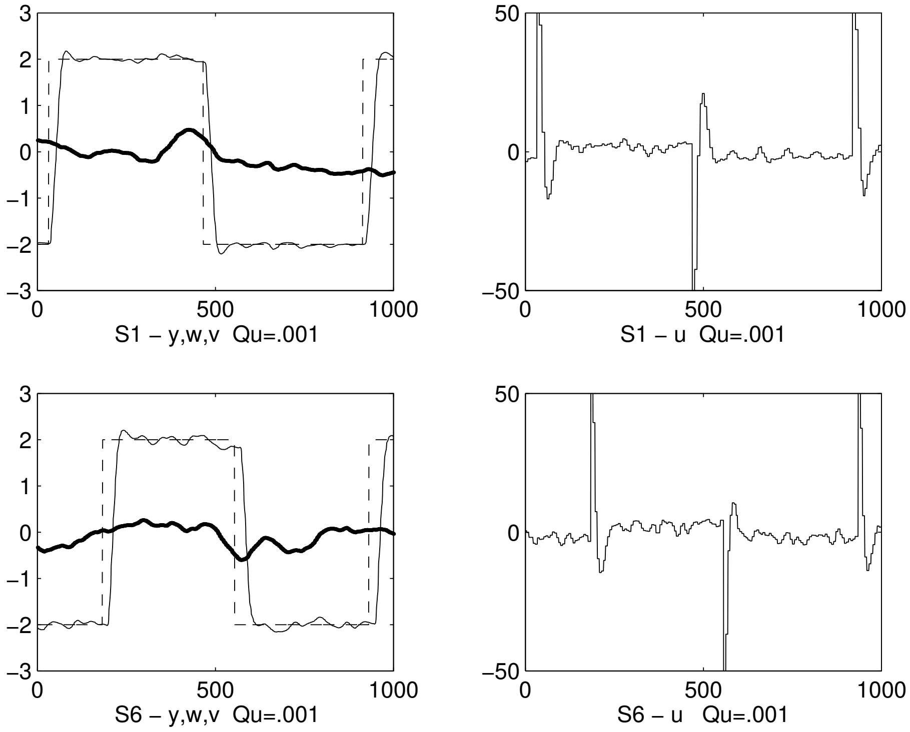
$$y(k) = \hat{y}(k) + e_s(k) \tag{6.18}$$

Vzhledem k tomu že $e_s(k)$ je bílý šum s nulovou střední hodnotou, $\mathcal{E}(e_s(k)) = 0$, členy s $e_s(k)$ se v kritériu neobjeví. Protože však $\mathcal{E}(e_s^2(k)) = \sigma_{e_s}^2$ bude hodnota kritéria narůstat po každém středování o σ_{e_s}. Protože tento přírůstek nezávisí na $u(k)$ a nelze ho nijak ovlivnit, je možno ho při minimalizaci kritéria ignorovat.

Z uvedených úvah vyplývá používaný "certainty equivalence principle", který říká, že pokud skutečné parametry neznáme, používáme střední hodnotu jejich odhadů. Střední hodnota parametrů nemusí nutně reprezentovat vhodné parametry. Typická je situace na začátku adaptace, kdy odhady parametrů mohou být velmi vzdálené správným hodnotám.

Uvedený princip vede k tomu, že syntéza nevyužívá informaci o stavu (přesnosti) odhadovaných parametrů, která je obsažena v kovarianční matici ohadovaných parametrů. Objevily se snahy upravit syntézu tak, aby se kvalita identifikace promítla do syntézy. Výsledný algoritmus řízení respektuje stav identifikace a takové strategii řízení se říká opatrná. Příkladem může být práce [4]. K podobným výsledkům lze dospět zobecněním regresního modelu v tom smyslu, že rozptyl chyby predikce je funkcí kovarianční matice parametrů. Takový model dostal název lineární stochastická transformace [5] . Zatím co pro regresní model je z rovnice (6.18) $\sigma_y^2 = \sigma_{e_s}^2$, pro stochastickou lineární transformaci platí:

$$\sigma_y^2 = \sigma_{e_s}^2(1 + \zeta) \tag{6.19}$$



Obrázek 6.13: Průběh odezvy spojité soustavy S1 a S6 na změnu žádané hodnoty a kompenzaci šumu

kde $\zeta = z'(k)C_t z(k)$ a $z(k)$ jsou data použitá k predikci $y(k)$.

V tomto případě vidíme, že disperse šumu je závislá na hodnotě $u(k)$, jež je součástí $z(k)$.

Uvedený model tvoří základ t.zv. opatrné strategie [5] [6]. Přes některé dílčí úspěchy i v praxi se v adaptivním řízení příliš nepoužívá pro dva výrazné nedostatky:

1. Aby strategie dávala dobré výsledky je třeba velmi "rozumně" zvolit počáteční kovarianční matici C .

2. Strategie velmi často volí $u(k)$ minimalizující ζ a nikoli vlastní kritérium. Posloupnost takových $u(k)$ je zvláště nevhodná pro identifikaci parametrů, v důsledku toho se kovarianční matice nezmenšuje a celý proces tak setrvává na nevhodném řízení.

6.3.2 Syntéza kvadratického řízení v reálném čase

Použití LQ syntézy v adaptivním regulátoru má svá specifika daná tím, že pro měnící se parametry je třeba stále opakovat syntézu regulátoru. Obecně tedy v periodě vzorkování proběhne aktualizace odhadu parametrů a syntéza. Svoji roli tu hrají omezení daná konečnou přípustnou výpočetní dobou. Ta je závislá na periodě vzorkování a rychlosti výpočetní techniky na jedné straně a složitostí výpočtů na straně druhé. Pro adaptivní řízení je vhodné použít takový výpočetní postup, který potřebuje konstantní, pokud možno malý výpočetní čas. Nelze zaručit, že se v jedné periodě řízení dá spočítat optimální řízení odpovídající nekonečnému horizontu, neboť je to iterační proces, jehož výpočetní čas závisí na řadě okolností. Je třeba se rozhodnout pro jednu ze dvou možností:

a V každé periodě budeme minimalizovat kritérium s konečným horizontem. Délka horizontu musí být taková, aby se odpovídající iterace Riccatiho rovnice zvládly ve vymezeném čase. Tento postup lze doplnit testem konvergence řídícího zákona a v případě, že se již málo mění před provedením všech iterací, je možné výpočet přerušit. Pokud budeme volit jen velmi málo iterací, bude počáteční podmínka řešení Riccatiho rovnice hrát významnou roli jak pro stabilitu tak i kvalitu(kořeny uzavřené smyčky)(Viz oddíl Stabilita). A zejména tato počáteční podmínka bude sloužit jako ladicí "knoflík". Tento přístup, kdy v průběhu řízení posouváme konečný horizont dále a dále, se nazývá strategie klouzavého horizontu.

b Pokud chceme dosáhnout řízení odpovídající nekonečnému horizontu, je třeba iterace Riccatiho rovnice rozložit v čase. To znamená, že v každé periodě řízení provedeme jen pevný počet iterací a to z předchozího dosaženého stavu, nikoli z počáteční podmínky. Tím dosáhneme toho, že každá perioda řízení zvětšuje horizont kritéria o zvolený počet (NSTEP). Po určité době dosáhneme toho, že se řídící zákon přiblíží ustálenému řešení . To ovšem za předpokladu, že jsme ve všech periodách použili pro výpočet stejné parametry modelu. To v adaptivním případě nemusí být pravda. Pro měnící se parametry nelze říci, jaký bude řídící zákon. Zkušenost ukazuje, že se tato strategie nazývaná Iterace rozložené v čase (IST)dobře osvědčuje i v případech jedné iterace v periodě řízení, což reprezentuje nejkratší možnou dobu výpočtu.

Strategie IST přináší ještě jeden positivní efekt. Je to strategie jedokroková (případně několikakroková) a přitom stabilizující. V připadě jednokrokové strategie lze snadno určit číselně budoucí hodnotu vstupu i výstupu, který by mu odpovídal porovnat je např. s požadavky na omezení a okamžitě modifikovat třeba penalizaci Qu tak, aby bylo omezení respektováno. Takový algoritmus byl nazván MIST (Modified iteration spread in time) a byl popsán v [7] a [8] a příklad možné realizace je ukázán ve schematu **mist.m**.

6.4 Vlastnosti regulačního obvodu s LQ regulátorem

K tomu, aby bylo možno využít možností které regulátory založené na optimalizaci kvadratického kritéria poskytují, je třeba se podrobněji seznámit s jejich vlastnostmi. Vlastnosti regulátorů, respektive regulačních obvodů s těmito regulátory, můžeme posuzovat v několika oblastech. Začneme stabilitou. Otázka stability regulačního obvodu se zvoleným regulátorem je prvořadá. Kdybychom dostali nestabilní chování, nemusíme se zajímat o další vlastnosti. U klasických regulátorů typu PID je požadavek stability respektován a často z ní vychází. Svoji hlavní roli tam hraje zesílení otevřené smyčky (viz Ziegler-Nichols), v podrobnější analýze pak zesílení při různých frekvencích - frekvenční charakteristika. Problémy se zajištěním stability při použití LQ regulátoru jsou však zcela odlišné.

Potom se budeme zabývat vlastnostmi regulačního obvodu s LQ regulátorem v časové oblasti. Ta je u LQ regulátoru prvotní, neboť jeho návrh vychází z minimalizace kritéria, které právě hodnotí časové průběhy signálů.

V časové oblasti budeme sledovat chování obvodu v dvou nejběžnějších případech, při kompenzaci poruchy a při změně žádané hodnoty.

Přestože je u lineárních systémů jednoznačný vztah mezi frekvenční charakteristikou a průběhy v časové oblasti, celou řadu vlastností je výhodnější sledovat právě ve frekvenční oblasti. Je to zejména otázka robustnosti, tedy sledování stability a kvality regulačního pochodu v případě, že se model sloužící pro návrh regulátoru a skutečná soustava liší.

6.4.1 Stabilita

Stabilita je asi nejdůležitější vlastnost, kterou musí regulační obvod splňovat. Výhodou LQ návrhu je, že požadavek stability je do určité míry zahrnut automaticky do návrhu regulátoru. Ta výhrada "do určité míry" spočívá v tom, že stabilitu je možné garantovat jen teoreticky, pro případ, že použitý model se přesně shoduje s realitou. Z praktického hlediska je problematika stability složitější. Je třeba mít možnost zajistit stabilitu i pro případ, že se realita liší od matematického modelu. Tato problematika bude řešena v oddílu pojednávajícím o robustnosti návrhu.

Teoretické problémy stability byly publikovány v různých článcích, shrnutí těchto poznatků je na př. v práci [9] z níž zde uvedeme základní výsledky. Minimalizace kvadratického kritéria (6.2) vede na řešení Riccatiho rovnice (6.8) a ukazuje se, že lze stabilitu vyšetřovat právě vlastnostmi tohoto řešení. Přirozeně je stabilita garantována jen v případě nekonečného horizontu $N \to \infty$, kdy řešení je dáno t.zv. algebraickou Ricatiho rovnicí

$$S = F'SF - F'S_N G(G'SG + Qu)^{-1}G'SF + Qx \tag{6.20}$$

Věta 1. Uvažujme (6.20) odpovídající minimalizaci (6.2) pro $N \to \infty$, kde

- $[F, G]$ je stabilizovatelné,
- $[F, Qx^{1/2}]$ nemá nepozorovatelné mody na jednotkové kružnici,
- $Qx \geq 0,\ Qu > 0$

pak

- existuje jediné, maximální, nezáporně definitní symetrické řešení $\bar{S}$
- $\bar{S}$ je jediné stabilizující řešení a matice uzavřené smyčky $F - G(G'\bar{S}G + Qu)^{-1}G'\bar{S}F$ má vlastní čísla uvnitř jednotkové kružnice.

Maticové relace typu $A > B$ je třeba chápat ve smyslu definitnosti matic. Tedy matice A je větší než B ($A > B$) pokud $A - B > 0$, tedy $A - B$ je positivně definitní matice.

Případ stability při použití konečného horizontu lze snadno vyřešit převedením na případ nekonečného horizontu následujícím trikem. Řešení Riccatiho rovnice odpovídající horizontu kritéria (6.2) N nechť je S_N. Toto řešení současně odpovídá řešení ARE (6.20) pro jinou stavovou penalizaci $\bar{Q}x$.

$$S_N = F'S_N F - F'S_N G(G'S_N G + Qu)^{-1}G'S_N F + \bar{Q}x \tag{6.21}$$

kde $\bar{Q}x = Qx - (S_{N+1} - S_N)$ Uvedená rovnice (6.21) byla nazvána FARE (Fake Algebraic Riccati Equation)

Stabilitu při minimalizaci konečného kritéria pak řeší následující věta:
Věta 2. Uvažujme rovnici (6.21) definující $\bar{Q}x$. Jestliže $\bar{Q}x \geq 0$ $Qu > 0$, $[F, G]$ je stabilizovatelné a $[F, Qx^{1/2}]$ je detekovatelné, pak S_N je stabilizující a $F - G(G'S_NG + Qu)^{-1}G'S_NF$ má vlastní čísla uvnitř jednotkové kružnice.

◇

Vidíme, že z definice $\bar{Q}x$ vyplývá, že pokud bude posloupnost S_N klesající, bude podmínka stability automaticky splněna neboť, $(S_{N+1} - S_N)$ bude negativně semidefinitní. Souvislost mezii monotonií a stabilitou je u Riccatiho rovnice velmi silná a na jejím základě lze formulovat podmínky, garantující, že řešení Riccatiho rovnice (6.8) bude stabilizující od určité iterace $k < N$. Zvláštní případ tvoří $k = 1$, tedy od samého počátku.

Teoretický základ tvoří věty o monotonii řešení Riccatiho rovnice a souvislost mezi monotonií a stabilitou. Monotonii Ricatiho rovnice posuzuje následující věta:
Věta o monotonii: Má-li Riccatiho rovnice nezáporné řešení v iteraci i, $i+1$ S_i, S_{i+1}, a platí-li

$$S_i > S_{i+1},$$

pak nerovnost platí pro
$S_{k+i} > S_{k+i+1}, \quad$ pro všechna $k > 0$.

◇

Věta o stabilitě–a: Uvažujme diferenční Ricatiho rovnici (6.8). Jestliže,

- $[F, G]$ je stabilizovatelné;
- $[F, Qx^{1/2}]$ je detekovatelné;
- $S_{i+1} \leq S_i$, pro některé i,

pak uzavřená smyčka definovaná $(F - G(Qu + G'S_kG)^{-1}G'S_kF)$ je stabilní pro všechna $k \geq i$.

◇

Podobně platí:[10]
Věta o stabilitě–b: Uvažujme diferenční Riccatiho rovnici (6.8). Jestliže,

- $[F, G]$ je stabilizovatelné;
- $[F, Qx^{1/2}]$ je detekovatelné;
- $S_{i+2} - 2S_{i+1} + S_i \leq 0$, pro některé i,

pak uzavřená smyčka definovaná $(F - G(Qu + G'S_kG)^{-1}G'S_kF)$ je stabilní pro všechna $k \geq i$.

◇

Než se budeme zabývat praktickým významem uvedených vět, připomeneme si fyzikální význam jednotlivých iterací Riccatiho rovnice jako vývoj postupných ztrát.

Tyto vlastnosti nejlépe vyplynou v případě, že cílem řízení je převedení soustavy z nějaké počáteční podmínky x_0 do nuly($x_\infty = 0$). V takovém případě Riccatiho matice (řešení R.R.) reprezentuje vývoj matice kvadratické formy, udávající velikost ztráty (hodnotu kritéria). Pokud budeme mít konstantní Qu, Qy, pak velikost ztráty bude postupně narůstat z počáteční hodnoty S_0 na hodnotu S_N. Pokud v době $t_0 + N$ bude již hodnota y velmi malá, a tím i u_t, nebude velký rozdíl mezi S_N a S_∞.

Pokud tedy iterujeme z počáteční podmínky $S_0 = 0$ jak tomu odpovídá formulace kritéria (6.2), musí kvadratická forma narůstat a tím nikdy nedosáhneme situace, že $S_i > S_{i+1}$.

Abychom zajistili stabilitu bez ohledu na počet iterací (délku horizontu), bylo by třeba najít takové S_0, Qy, Qu, že $S_0 > S_1$, resp. $S_{i+2} - 2S_{i+1} + S_i \leq 0$. To se základním kritériem (6.2) vůbec není možné, neboť tomuto kritériu odpovídá $S_0 = 0$. Z principu kumulativní ztráty kterou S představuje vyplývá, že S musi určitým způsobem narůstat.

Pokud se chceme zabývat otázkou stability kvadratického kritéria s konečným horizontem, musíme upravit kritérium tak, aby se v něm vyskytovaly penalizace koncového stavu, reprezentované maticí S_0. Takové kritérium má potom tvar

$$\Psi = \sum_{i=k+1}^{k+T} [q_y(y(i) - w(i))^2 + q_u u(i)^2] + x'(T)S_0x(T) \tag{6.22}$$

Pokud chceme, aby posloupnost S_i monotoně klesala, je třeba zvolit $S_0 > S_\infty$. Význam penalizace koncového stavu $S_0 > S_\infty$ pro hodnotu kritéria spočívá v tom, že koncový stav penalizujeme více, než celou kumulativní ztrátu celého procesu kompenzace počátečního stavu. To pak vede k tomu, že takto počítaná kumulativní ztráta se může při postupné minimalizaci zmenšovat, neboť ztráta jednotlivého kroku minimalizace je vykompenzována zmenšením hodnoty koncového stavu a tím zmenšením jeho příspěvku k celkové ztrátě. Jak může kumulativní ztráta klesat se dá vysvětlit na následujícím příkladu. Uvažujeme-li 0-krokové řízení, je ztráta $\Psi_0 = x_0'S_0x_0$. Při jednokrokovém řízení si lze celkovou ztrátu napsat jako $\Psi_1 = x_1'S_0x_1 + x_0'Qxx_0$ (nyní je koncovým stavem x_1) a tato hodnota může být menší než Ψ_0,protože hodnota x_1 už je z důvodu řízení menší než x_0. A tak lze postupovat dál.

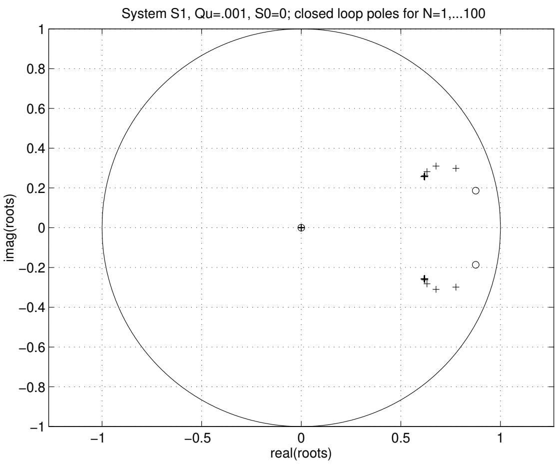
Jak uvádí [9] a jak uvidíme na příkladu, ani volba$S_0 > S_\infty$ nezaručí, že $S_0 > S_1$. K tomuto případu náleží i jednoduchá volba $S_0 = \alpha I$, s velkým α, kde ani libovolně velkého α nezajistí stabilitu zpětné vazby od samého počátku řešení Riccatiho rovnice. Jeden způsob,jak najít S_0, splňující $S_0 > S_1$ je ukázán v [11]. Vyžaduje však inverzi matice soustavy F^{-1}. To je pro náš případ bezpředmětné, neboť v námi používaném stavovém zápisu je stavová matice vždy singulární. Počáteční hodnota $S_0 \neq 0$ znamená doplňkovou penalizaci koncového stavu. Pokud je N velké, její hodnota se na kvalitě řízení neprojeví, pro malá N však může taková volba $S_0 \neq 0$ podstatně změnit regulační pochod.

Dosavadní úvahy vedou k závěru, že garantovat stabilitu uzavřené smyčky je pro konečný horizont N poměrně obtížné. Přesto není situace tak beznadějná.

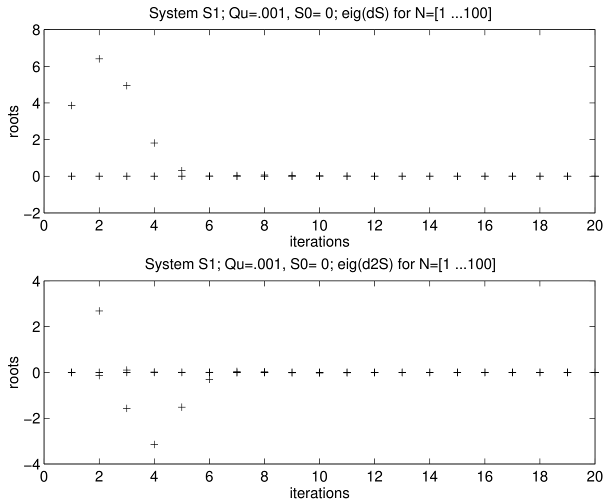
1. Uvedené podmínky stability jsou podmínky postačující, nikoli nutné. Na příkladech uvidíme, že to jsou podmínky velmi přísné.

2. Nechceme požadovat, aby byla stabilita garantována již po první iteraci. Návodem k posouzení jak dlouhý horizont je třeba volit nám bude sloužit rozbor vybraných příkladů.

3. Budeme se zajímat o případy, kdy lze využít předchozí znalosti stabilizujícího řízení, nebo předchozí znalosti S, získané minimalizací podobného kritéria (třeba pro jiné Qu, N, a pod).



6.14a. rozložení pólů uzavřené smyčky



6.14b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.14: soustava S1: Qu=.001, S0= 0, horizont N=[1 . . . 100]

Pro zajištění stability LQ regulátoru je vhodné:

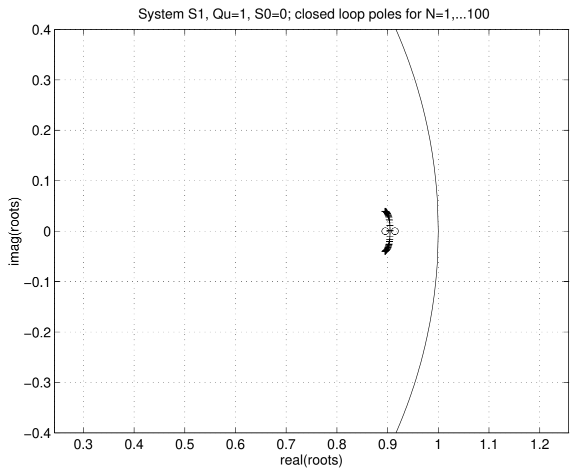
- V případě jednorázového výpočtu zvolit dostatečně dlouhý horizont a přesvědčit se eventuelně, že jsou splněny některé postačující podmínky stability.
- V adaptivním prostředí používat strategii IST (Iterace rozložene v čase) s níž dosáhneme asymptoticky nekonečného horizontu.

Komentované příklady. Průběh iterací Riccatiho rovnice je pochopitelně různý pro různé soustavy a penalizace. Na vybraných příkladech si ukážeme alespoň některé typické situace. Na následujících obrázcích budou zachyceny jednak polohy kořenů uzavřené smyčky, které bychom dostali při použití regulátoru, odvozeného z i-te iterace Riccatiho rovnice a jednak první a druhá diference této rovnice (přesněji řečeno se zobrazují vlastní čísla matice první a druhé diference matice Riccatiho rovnice pro jednotlivé iterace $i = 1, 2, 3, \ldots, N$).

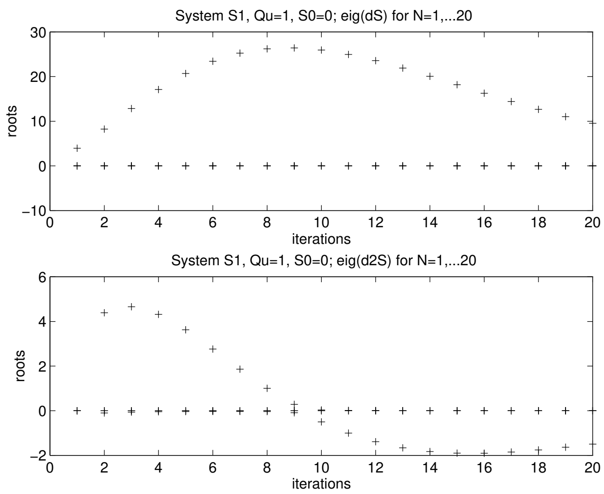
Počet iterací Riccatiho rovnice potřebný pro dosažení stabilizujícího řešení lze ovlivnit penalizací Qu a penalizací koncového stavu S_0. Budeme uvažovat $S_0 = \alpha I$. Situaci budeme demonstrovat na případu minimálně fázové stabilní soustavy S1, nestabilní soustavy S6 a neminimálně fázové soustavy S8.

Obr.6.14 - 6.17 zachycují různé případy pro minimálně fázovou stabilní soustavu. Vidíme, že v tomto případě dostáváme stabilizující řízení bez ohledu na velikost penalizace a počáteční penalizace stavu S_0. Na obrázcích ukazujících průběhy 1. a 2. diference Riccatiho rovnice je dobře si povšimnout, jak konzervativní je postačující podmínka negativní definitnosti 1. a 2. diference. Například na Obr.6.15b by podle 1.diference nebyla stabilita zajištěna vůbec, podle druhé diference až od desáté iterace. Přitom geometrické místo kořenů na obr.6.15a ukazuje, že se pohybujeme stále ve stabilní oblasti.

Vidíme, že konvergence Riccatiho rovnice pro penalizaci $Qu = 1$ je podstatně pomalejší než pro případ $Qu = .001$. Je to dáno tím, že kořeny uzavřené smyčky jsou podstatně blíže jednotkové kružnice.



6.15a. rozložení pólů uzavřené smyčky



6.15b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.15: soustava S1: Qu=1, S0= 0, horizont N=[1 ... 100]

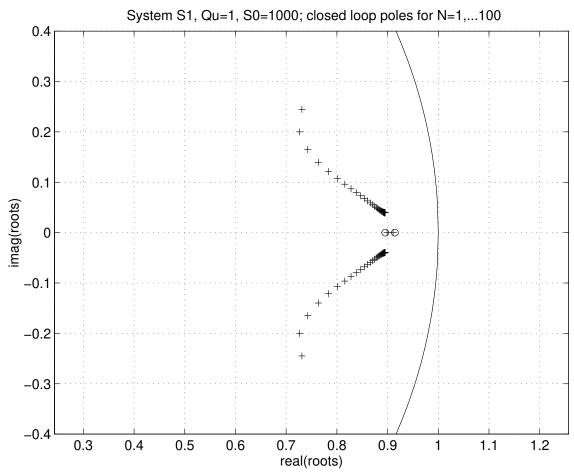
Situaci, kdy startujeme iterace Riccatiho rovnice s nenulovou počáteční maticí $S_0 = 1000I$ jsou pro dvě různé penalizace zachyceny na obr.6.16 obr.6.17,

zejmena na obr.6.16 je vidět jak $S0$ urychlilo konvergenci Riccatiho rovnice. I postačující podmínky stability byly dosaženy dříve.

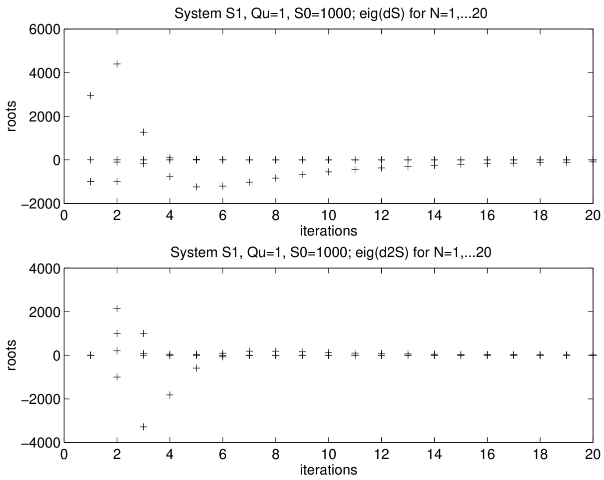
Na další serii obrázků (obr.6.18 – obr.6.21)jsou zachyceny podobné případy pro nestabilní soustavu. Je vhodné si povšimnout, že start z $S_0 = 0$ byl z nestabilní oblasti a při větší penalizaci $Qu = 1$ bylo potřeba více kroků k dosažení stabilizovatelného řízení. Podobně jako v předchozím případě penalizace koncového stavu $S_0 = 1000$ urychlila konvergenci, navíc zde iterace byly ve stabilní oblasti od samého počátku.

Na poslední serii (obr.6.22 – obr.6.25)jsou zachyceny podobné případy pro neminimálně fázovou soustavu S8.

Pro tuto soustavu dostáváme příznivější průběh iterací pro větší penalizaci $Qu = 1$, kdy všechny iterace vedou na stabilizující řízení. Přidání počáteční penalizace výrazně změnilo geometrické místo kořenů odpovídající jednotlivým iteracím. Zajímavé jsou průběhy na obr.6.25. Z geometrického místa kořenů je vidět, že iterace začaly ze stabilní oblasti, rychle ji opustily a teprve po 36 kroku se opět dostaly do stabilní oblasti. Zajímavý je i průběh vlastních čísel druhé diference Riccatiho matice. Podle obr.6.25b by se zdálo, že se jedná o negativně semidefinitní matici. Výpisem kořenů však zjistíme, že až do 36. kroku se jedná o matici indefinitní. V tomto případě bylo dosaženo stability ve shodě se splněním postačující podmínky.

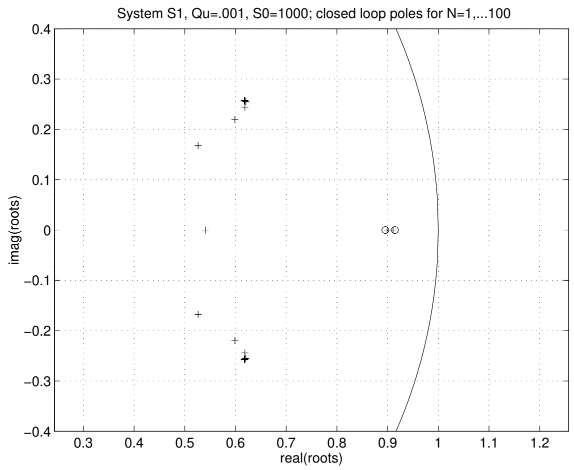


6.16a. rozložení pólů uzavřené smyčky

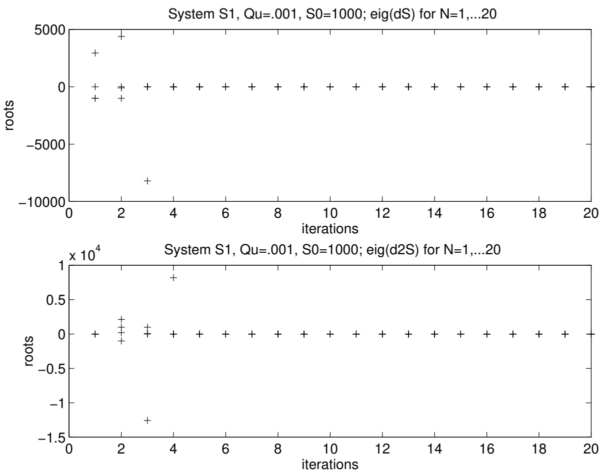


6.16b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.16: soustava S1: Qu=1, S0= 1000, horizont N=[1 . . . 100]

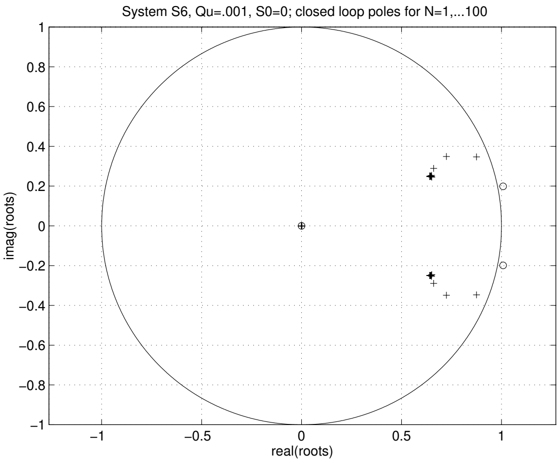


6.17a. rozložení pólů uzavřené smyčky

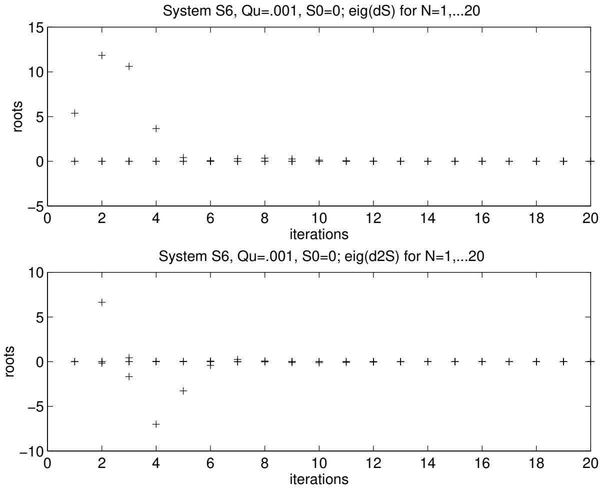


6.17b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.17: soustava S1: Qu=.001, S0= 1000, horizont N=[1 . . . 100]

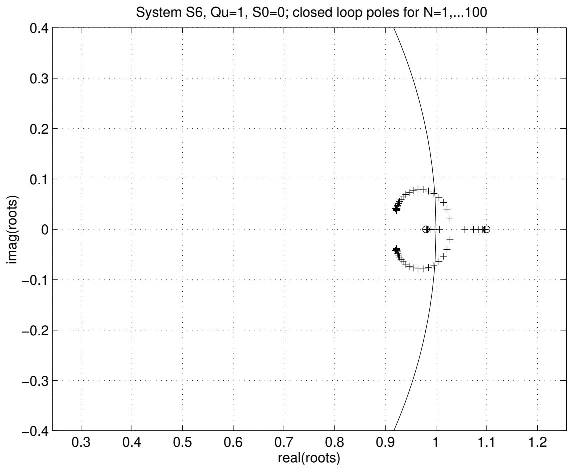


6.18a. rozložení pólů uzavřené smyčky

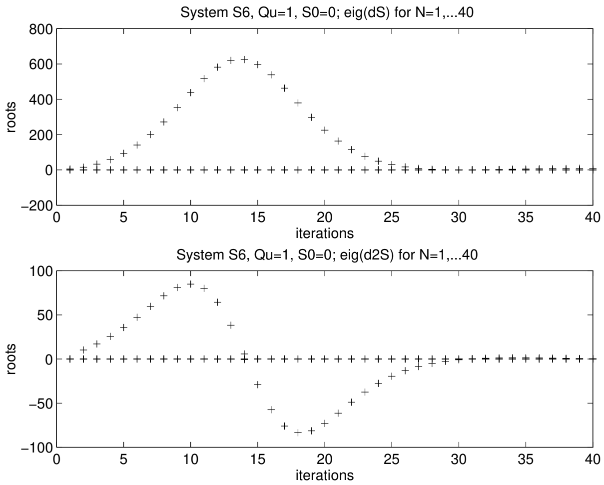


6.18b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.18: soustava S6: Qu=.001, S0= 0, horizont N=[1 ... 100]

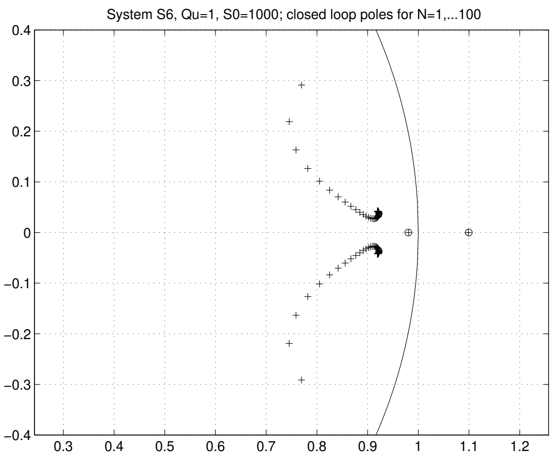


6.19a. rozložení pólů uzavřené smyčky

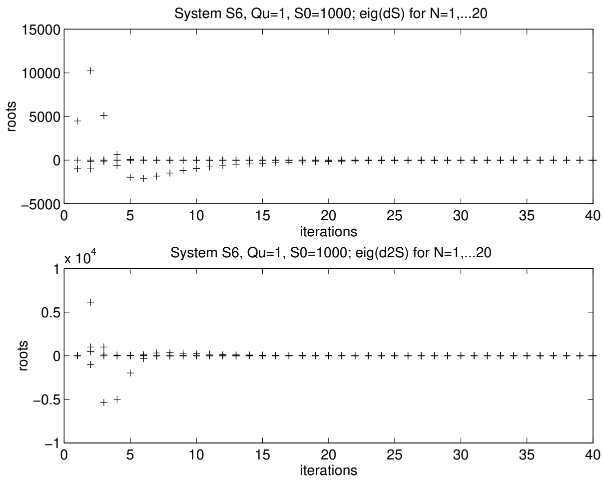


6.19b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.19: soustava S6: Qu=1, S0= 0, horizont N=[1 ... 100]

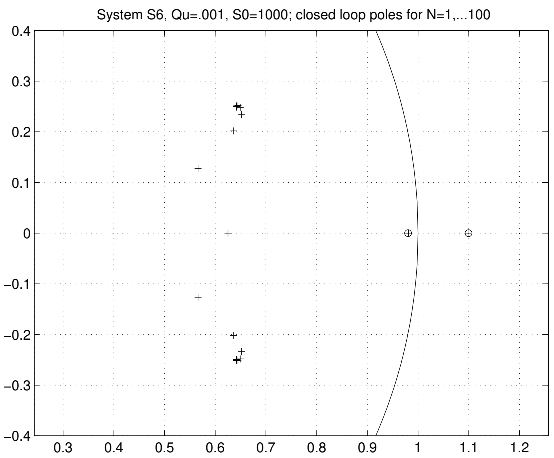


6.20a. rozložení pólů uzavřené smyčky

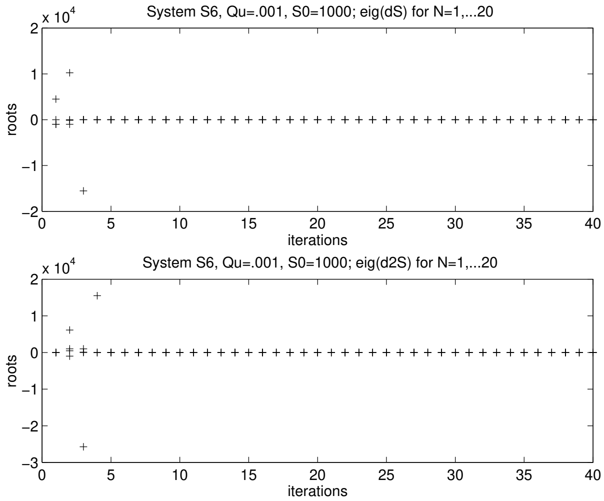


6.20b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.20: soustava S6: Qu=1, S0= 1000, horizont N=[1 . . . 100]

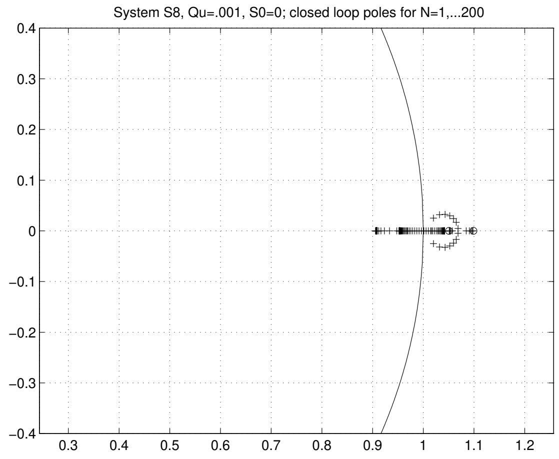


6.21a. rozložení pólů uzavřené smyčky

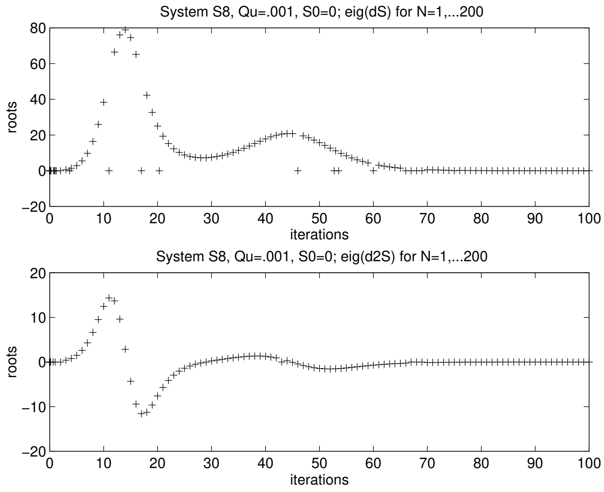


6.21b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.21: soustava S6: Qu=.001, S0= 1000, horizont N=[1 . . . 100]

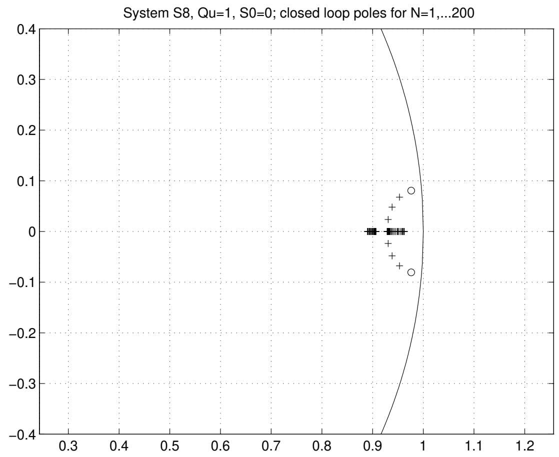


6.22a. rozložení pólů uzavřené smyčky

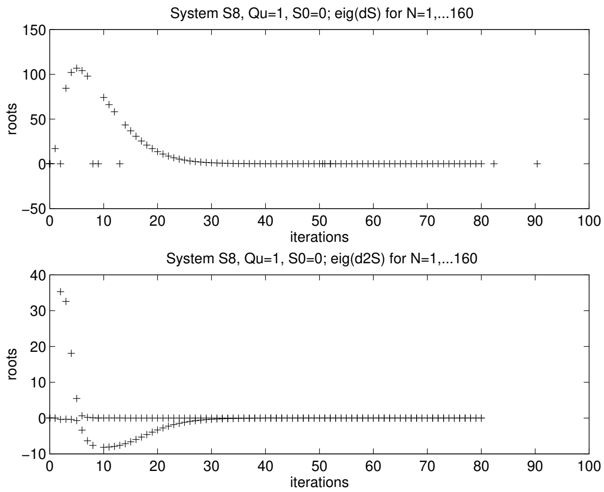


6.22b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.22: soustava S8: Qu=.001, S0= 0, horizont N=[1 ... 100]

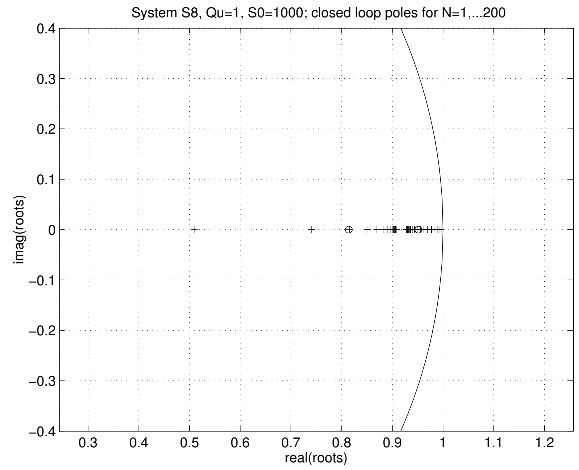


6.23a. rozložení pólů uzavřené smyčky

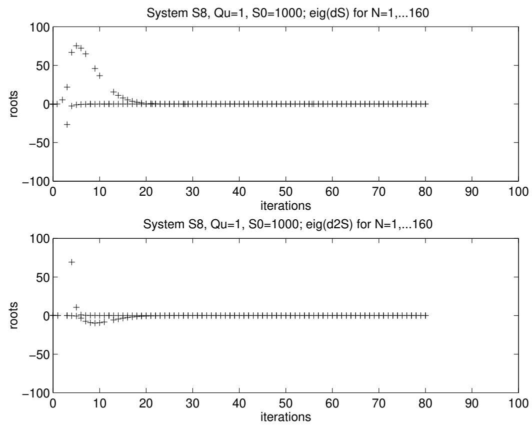


6.23b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.23: soustava S8: Qu=.001, S0= 0, horizont N=[1 ... 100]

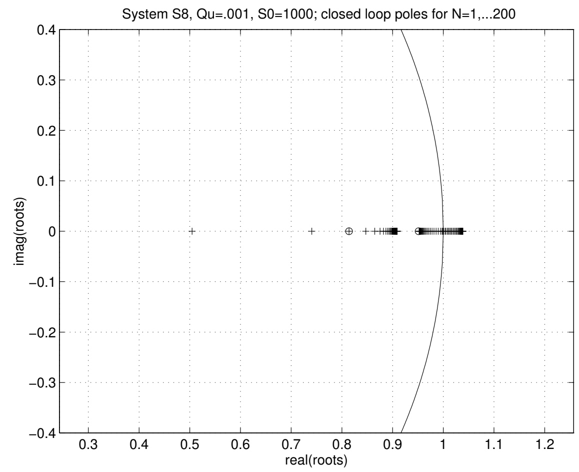


6.24a. rozložení pólů uzavřené smyčky

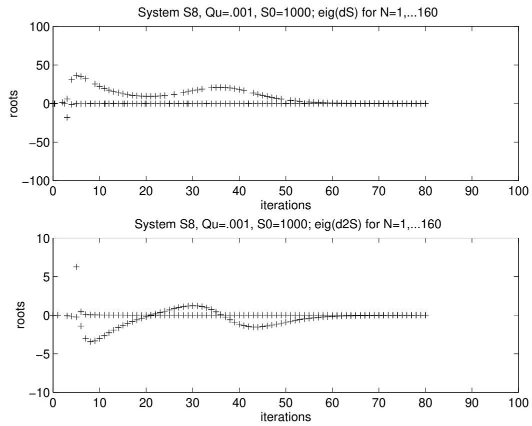


6.24b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.24: soustava S8: Qu= 1, S0= 1000, horizont N=[1 . . . 100]



6.25a. rozložení pólů uzavřené smyčky



6.25b. 1. a 2. diference Riccatiho rovnice

Obrázek 6.25: soustava S8: Qu=.001, S0= 1000, horizont N=[1 . . . 100]

6.4.2 Charakteristické rysy LQ řízení v časové oblasti

V předchozím odstavci jsme se zabývali stabilitou jako nejdůležitější vlastností. Uživatele však nejvíce zajímají průběhy regulačních pochodů, které dokáže regulátor zajistit. Výstup soustavy závisí nejen na jejím vstupu, ale projevují se zde i různé poruchy. V tomto oddíle si podrobněji ukážeme, jak lze ovlivnit kompenzaci poruchy a jak reaguje adaptivní regulátor na situaci, kdy charakter poruchy neodpovídá tomu, co o poruše předpokládá regresní model. Další část bude věnována kompenzaci měřitelné poruchy, kdy se navíc upatňuje dopředná vazba. Na konec se budeme zabývat podrobněji problematikou řízení a budeme sledovat vlastnosti odezvy obvodu na změnu žádané hodnoty. Výsledné chování obvodu je pak dáno superposicí uvedených případů.

Kompenzace poruchy

Poruchy, které ovlivňují výstup regulovaného procesu, jsou rozmanité. Může to být náhodný proces nebo třeba odezva nějakého filtru na jednotkový skok. V případě, že zdroj poruchy nemůžeme měřit, je třeba poruchu modelovat. Ukázali jsme si (kap.3), že regresní model modeluje jak soustavu, tak i poruchu. Její vlastnosti jsou charakterizovány filtrem $\frac{1}{A(z^{-1})}$. Zde budeme uvažovat stochastickou poruchu. Vlastnosti regulačního pochodu při kompenzaci deterministické poruchy jsou podobné jako při úloze řízení, které se věnuje závěrečná část tohoto oddílu.

Syntéza regulátoru podle kvadratického kritéria zajišťuje optimální kompenzaci jen takové poruchy, kterou modeluje regresní model (viz kap.3). Proto je důležité, aby model reprezentoval vlastnosti jak soustavy, tak i poruchy. Nejprve budeme uvažovat případ, kdy vlastnosti poruchy jsou charakterizovány regresním modelem. Typické chování jsme si dokumentovali v oddíle 6.2, kde byl rovněž dokumentován vliv základního nastavovacího parametru Qu.

V této části se zaměříme zejména na dva případy. Ukážeme si

- jaký vliv má na kvalitu kompenzace volba periody vzorkování
- jaké lze očekávat regulační pochody v případech, že na soustavu působí poruchy, které se liší od poruchy modelované použitým regresním modelem.

Pro posouzení vlivu periody vzorkování vyjdeme ze spojité soustavy s přenosem $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ s náhodnou poruchou, získanou průchodem bílého šumu filtrem s přenosem $F(p) = 1/A(s)$. Je-li disperse šumu σ_s^2, pak pro výstup filtru platí, že střední hodnota bude rovněž nulová a disperse bude dána

$$\sigma_y^2 = \sigma_s^2 \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{1}{A(s)A(-s)ds} \tag{6.23}$$

Pokud uvažujeme řízení spojitého procesu diskretním regulátorem, který pracuje s diskretním modelem procesu, je jediný spojitý proces charakterizován různými diskretními modely, podle toho jaká byla zvolena perioda vzorkování. Disperze poruchy se vzorkováním nezmění. Změní se však disperze generujícího bílého šumu. Lze tak získat vztah pro dispersi budícího šumu ve formě

$$\sigma_{sd}^2 = 2\pi i \frac{\sigma_y^2}{\oint \frac{1}{A(z)A(z^{-1})\frac{dz}{z}}} \tag{6.24}$$

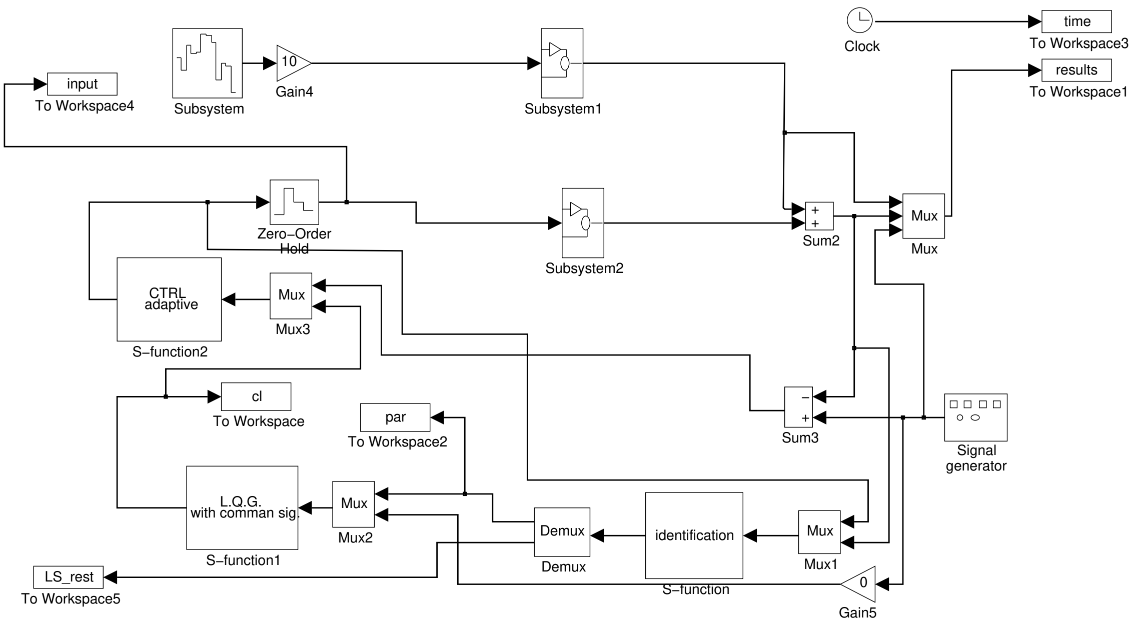
Ukažme si nyní, jak tato velikost je ovlivněna periodou vzorkování. Jako příklad si zvolime soustavu (filtr)$1/(s+1)^2$. Diskretní přenosy filtru, odpovídající hodnota integrálu a výsledná disperse σ_{sd} jsou uvedeny v následující tabulce pro $T_0 = .1, .2, .5, 1s$.

T_0	přenos filtru	hodnota integrálu	disperze šumu
.1	$\frac{1}{1\ -1.81z-1+\ .819z^{-2}}$	305.3	0.0033
.2	$\frac{1}{1-\ 1.63z-1+\ 0.67z^{-2}}$	46.614	0.0215
.5	$\frac{1}{1-\ 1.21z-1+\ 0.368z^{-2}}$	5.4156	0.1847
1	$\frac{1}{1-\ 0.736z-1+\ 0.135z^{-2}}$	1.7562	0.5694

Důsledek 1.: Při reprezentaci spojité náhodné poruchy diskretními modely s různou periodou vzorkování bude s rostoucí frekvencí vzorkování (klesající T_0) klesat disperze σ_{sd}^2 generujícího bílého šumu.

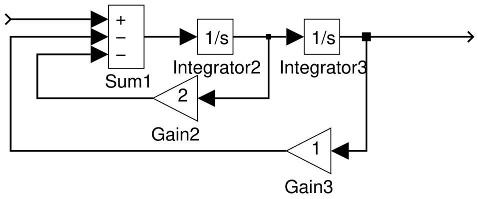
Důsledek 2.: Protože dolní mezí dosažitelné hodnoty kritéria řízení je právě σ_{sd}^2, lze při vyšší periodě vzorkování dosáhnout lepší kompenzace poruchy.

Uvedené závěry si simulačně ověříme. Použijeme schema podle Obr.6.26.



Obrázek 6.26: schema simulace kompenzace šumu.

V něm vidíme dvě spojité soustavy modelované obvyklou technikou pomocí integrátorů a zpětných vazeb. Cílem bloku "subsystem1" je generovat poruchu. Vhodnou náhodnou poruchu dostaneme tak, že na vstup této soustavy pouštíme náhodný signál. V našem případě jsme použili blok "náhodný signál s omezeným spektrem", což je vlastně realizace bílého diskretního šumu. Na výstupu dostaneme určitý průběh. Volbou šíře pásma



Obrázek 6.27: detail subsystemu.

náhodného signálu, volbou měřítek a délky záznamu v grafu můžeme dosáhnout takového průběhu, že lze konstatovat: ten se podobá realitě. Tento signál se přičítá k výstupu uvažované soustavy a reprezentuje současně její neregulovaný výstup. Druhý blok "subsystem2" reprezentuje vlastní řízený proces. Je realizována opět spojitě (tak jako v realitě).

Protože jako regulátor používáme diskretní LQ regulátor, který se opírá o regresní model procesu, nastavíme filtr a soustavu tak, aby byly splněny podmínky, za kterých je proces reprezentován regresním modelem. Proto mají oba bloky "subsystem1" a "subsystem2" stejné jmenovatele. Další podmínku, aby byl čitatel filtru roven 1, nelze pro všechny periody vzorkování splnit. Dokonce by bylo obtížné nalézt jeho diskretní přenos. Jeho vstup a výstup jsou totiž obecně vzorkovány s různou periodou. Pomůžeme si tím, že diskretní (regresní) model nebudeme počítat převodem z Laplaceova obrazu do Z obrazu, ale získáme přímo z dat identifikací. Tak by se to ostatně provádělo většinou i v praxi.

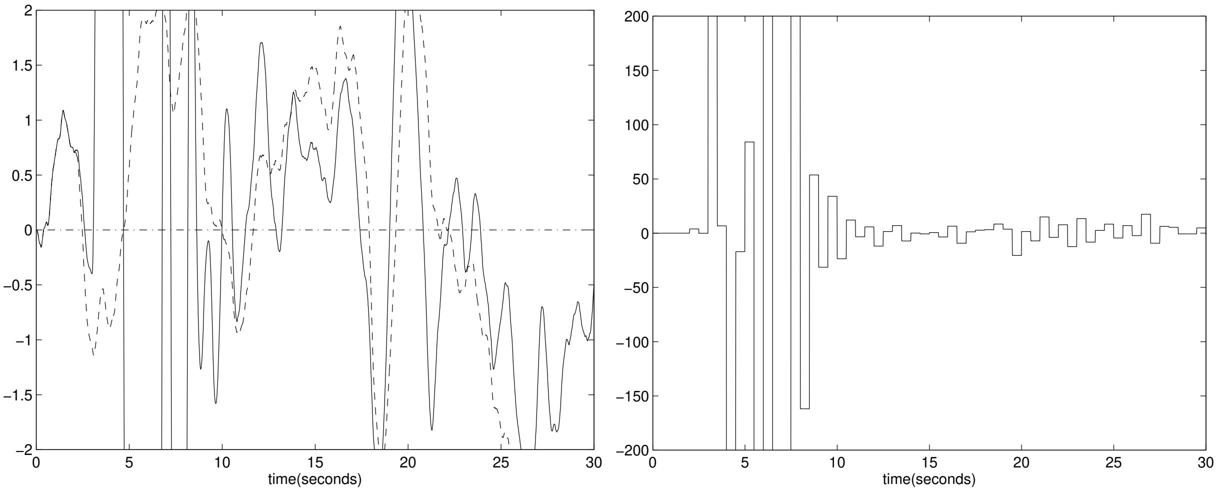
Diskretní bloky, které reprezentují regulátor, tedy identifikace, LQ syntéza a vlastní regulátor budou mít volitelnou periodu vzorkování. Následující tři obrázky demonstrují chování soustavy S1, kdy porucha byla generována stejným filtrem pro různé periody vzorkování. U každého obrázku je uvedena i disperze chyby predikce modelu, což reprezentuje minimální dosažitelnou hodnotu disperze kompenzované poruchy.

Závěry:

1. Z průběhů je patrné, jak kvalita kompenzace poruchy závisí na periodě vzorkování. Pro návrh regulátoru byla ve všech případech zvolena malá penalizace u, $Qu = .001$. Pro ni je závislost kvality kompenzace na periodě vzorkování zvlášť výrazná.
2. Při větší frekvenci vzorkování dosáhneme lepší kompenzace bez zvýšení amplitudy vstupů. Frekvenční spektrum vstupů se ovšem zvětší.

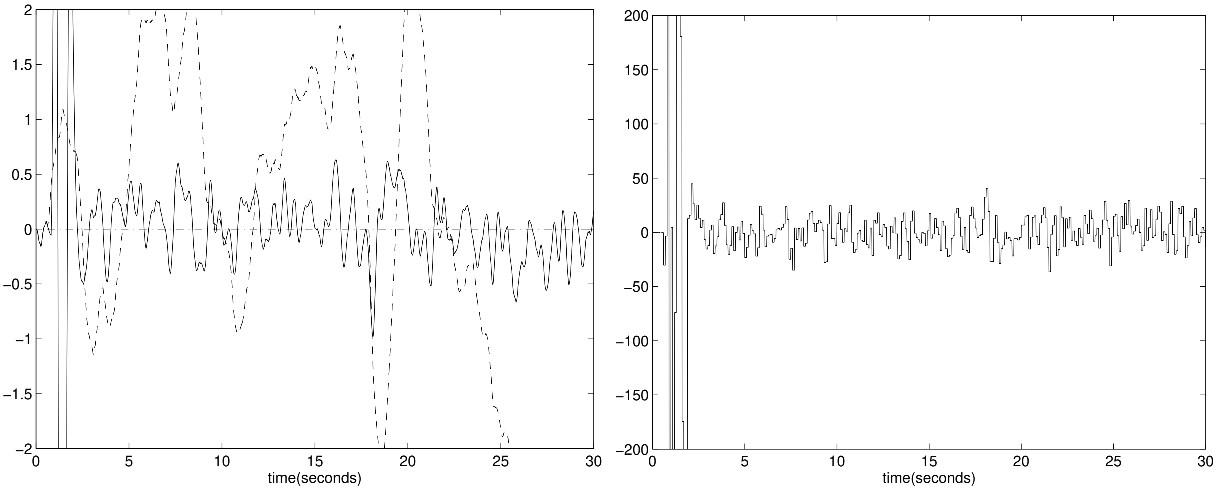
Přejděme nyní na problematiku kompenzace poruchy, jejíž vlastnosti nejsou regresním modelem charakterizovány. Je třeba uvážit dvě situace.

- Případ pevně nastaveného LQ regulátoru.



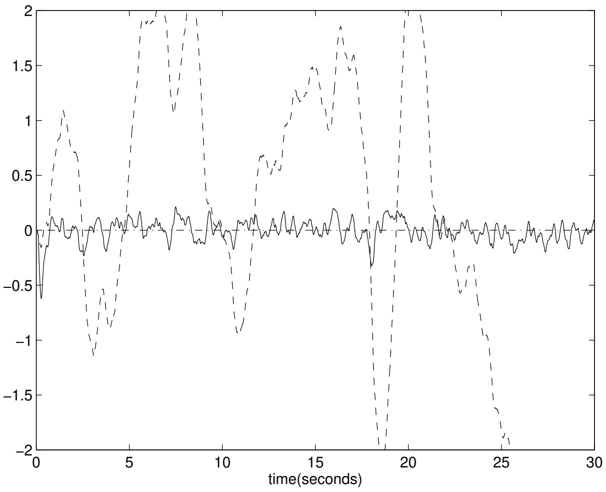
6.28a. průběh výstupu (plně) a poruchy (čárkovaně) 6.28b. průběh vstupu

Obrázek 6.28: soustava S1: Ts = 0.5, Euler, $\hat{\sigma_e} = 0.6454$

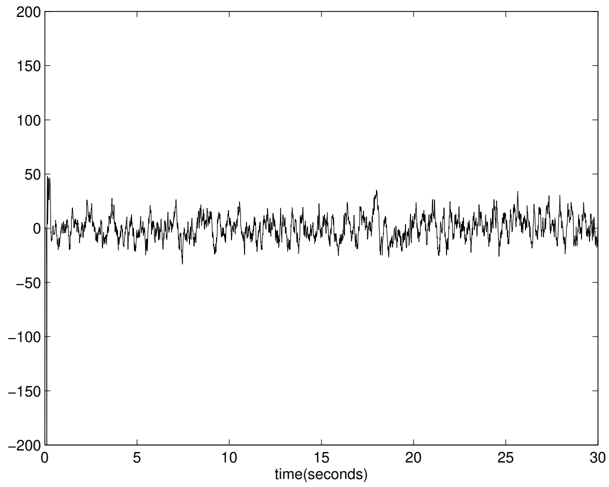


6.29a. průběh výstupu (plně) a poruchy (čárkovaně) 6.29b. průběh vstupu

Obrázek 6.29: soustava S1: Ts = 0.1, Euler, $\hat{\sigma_e} = 0.0983$



6.30a. průběh výstupu (plně) a poruchy (čárkovaně)



6.30b. průběh vstupu

Obrázek 6.30: soustava S1: Ts = 0.01, Euler, $\hat{\sigma_e} = 0.0185$

- Případ adaptivního regulátoru.

Případ pevně nastaveného regulátoru je poměrně jednoduchý. Regulátor nebude poruchu kompenzovat optimálně. Způsob kompenzace bude dán vlastnostmi uzavřené smyčky, kterou regulátor se soustavou tvoří.

Případ adaptivního LQ regulátoru je složitější. Neshoda vlastností poruchy s vlastnostmi reprezentovanými filtrem $\frac{1}{A(z-1)}$ povede k tomu, že se identifikace bude snažit nalézt takové koeficienty $\bar{a}_i$, aby přenos $\frac{1}{\bar{A}(z-1)}$ co nejlépe poruchu vystihoval(predikoval). Tím se ovšem modifikuje i přenos modelu soustavy. Chování regulátoru navrženého podle modifikovaných parametrů regresního modelu se skutečnou soustavou se nedá určit, dá se jen odhadnout na základě analýzy robustnosti regulátoru.

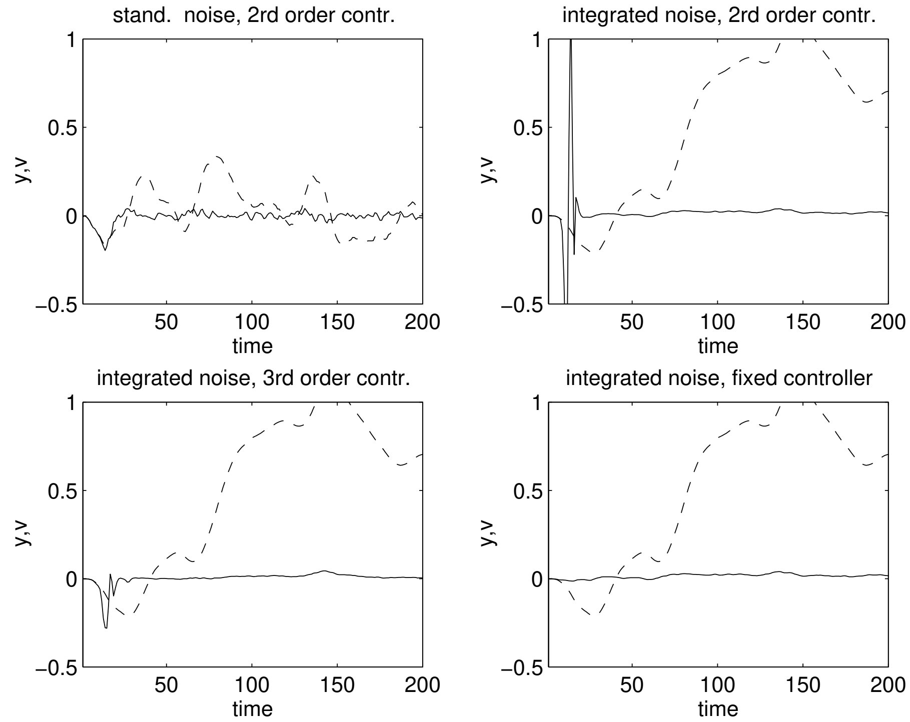
Demonstrujme si nyní takovou situaci na jednodušších příkladech. Poruchu budeme nyní generovat filtrem s jiným přenosem než $\frac{1}{A(z)}$.

Pro demonstraci chování jsme si zvolili dva extremní případy pro soustavu S1.

1. Do dynamiky filtru šumu se přidal faktor $1 - z^{-1}$.

2. Do čitatele fitru se přidal faktor $1 - .98z^{-1}$.

Na serii průběhů na obr.6.31vidíme jednak kompenzaci šumu ve standardním případě, kdy jsou splněny podmínky regresního modelu. Na další trojici regulačních pochodů je již šum generovaný podle bodu 1. Vidíme že tento šum je “pomalejší”. Jeho kompezace je v případě obr.6.31b. adaptivním regulátorem s modelem 2. řádu. Odhadované parametry se výrazně liší od parametrů samotné soustavy. Na obr.6.31c. je kompenzace regulátorem 3. řádu. V tomto případě dovoluje struktura modelu obsáhnout i celou dynamiku filtru. Kompenzace je dokonalejší. Na posledním obr.6.31d je kompenzace pevným regulátorem, navrženým podle parametrů soustavy. Jeho kompenzace je o něco horší než adaptivní regulátor se stejnou strukturou. Číselně jsou výsledky shrnuty v tabulce



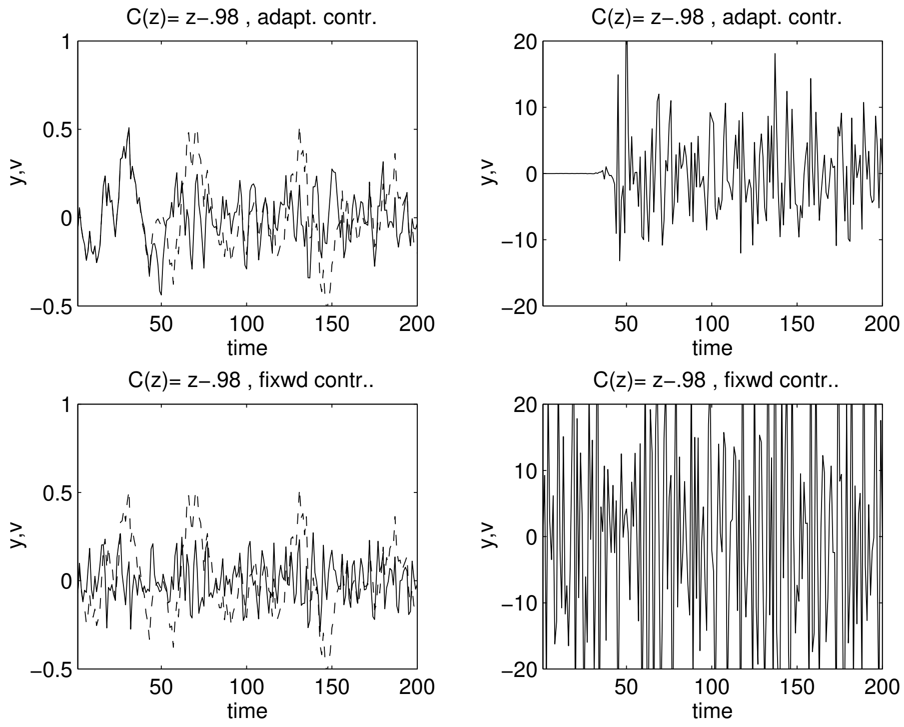
Obrázek 6.31: Kompenzace poruchy. Jmenovatel filtru rozšířen o $1 - z^{-1}$.

obrázek	identif. parametry $\frac{B}{A}$	ztráta
b	$\frac{.0047\ \ .0044z^{-1}}{1-\ 1.816z^{-1}+\ .804z^{-2}}$	.049
c	$\frac{.0047-\ .0003z^{-1}-\ .0044z^{-2}}{1-\ 2.815z^{-1}+\ 2.6373z^{-2}-\ .82z^{-3}}$	.0366
d	pevne parametry	.0519

Situaci druhého případu dokumentuje serie průběhů na obr.6.32. Průběhy v obr.6.32a. a obr.6.32c. zachycují poruchu a výstup soustavy. Je patrné, že porucha je "rychlá" a soustava nemá schopnost ji rozumně kompenzovat. Nesplnění předpokladů o šumu v regresním modelu vede k tomu, že odhadované parametry se budou lišit od parametrů soustavy. Regulátor navržený z těchto parametrů však bude lepší než regulátor navržený na parametry soustavy. Charakter kompenzace je zhruba stejný. Regulátor, který byl navržen podle odhadnutých parametrů vede na podstatně menší akční zásahy (obr.6.32b) proti regulátoru navrženému na parametry soustavy (obr.6.32d).

obrázek	identif. parametry $\frac{B}{A}$	ztráta	suma u^2
a	$\frac{.0055+\ .0069z^{-1}+\ .0034z^{-2}}{1-\ 1.026z^{-1}.145z^{-2}}$	1.67	3.83e3
c	pevné parametry	1.58	3.59e4

Posunutím odhadovaných parametrů dojde i ke změně modelu soustavy a nastává potenciální nebezpečí nestability způsobené rozdílem mezi modelem sloužícím pro návrh a skutečnou soustavou. Tímto problémem se budeme zabývat v části věnované robustnosti.



Obrázek 6.32: Kompenzace poruchy. Čitatel filtru rozšířen o $1 - .98z^{-1}$.

Pokud chceme zabránit potenciální ztrátě stability, je třeba

- použít takové struktury modelu, která by dovolila modelovat i složitější poruchu (vyšší řád modelu);
- filtrovat data. To ovšem předpokládá znalost charakteru poruchy, aby bylo možno filtr určit.

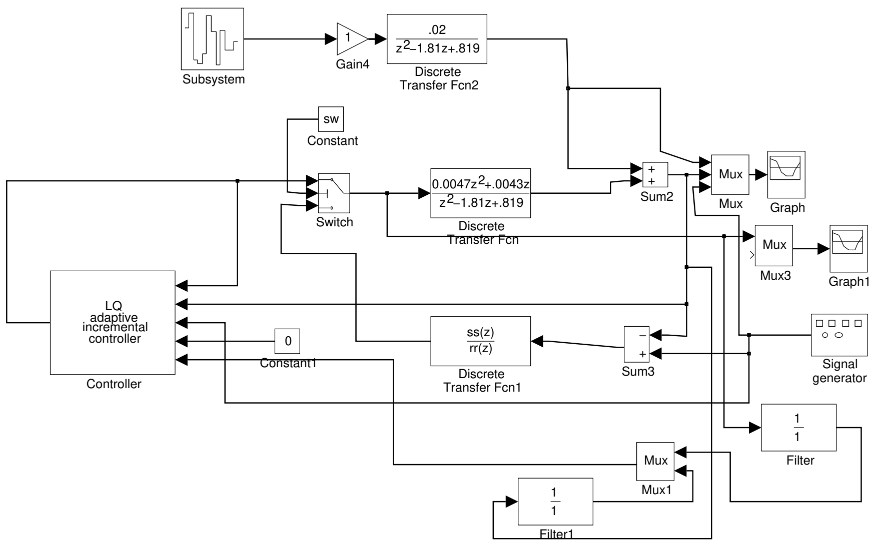
Lze použít i kombinace obou postupů.

Simulinkové schema s filtrací signálů pro identifikaci je na obr.6.33. Pomocí filtrů zajišťujeme, aby identifikované parametry reprezentovaly jen část vlastností procesu. Na příklad: často se do otevřené smyčky přidává integrační faktor, který zajistí nulovou trvalou regulační odchylku. Pokud by však i porucha měla vlastnost charakterizovanou tímto faktorem, objevil by se v odhadovaných parametrech. Otevřená smyčka by pak obsahovala tento faktor dvakrát. Proto se v takových případech signál pro identifikaci filtruje filtry s přenosem $\frac{1}{1-z^{-1}}$.

Externí měřená veličina

V případě dosud uvažovaných poruch byl jejich zdroj (bílý šum $e_s(k)$) měření nedostupný. V mnoha případech je však možné zdroj poruchy měřit. Uvažujme, že signál $v(k)$ vstupuje do soustavy a projevuje se na výstupu soustavy poruchou

$$y_v = \frac{D(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$



Obrázek 6.33: Simulinkové schema používající filtraci signálů pro identifikaci

Potom je velmi výhodné tuto znalost využít pro její kompenzaci. Případ měřitelné poruchy je v praxi poměrně velmi častý. Memusí se totiž jednat přímo o poruchu, jde o možnost využít jakéhokoli signálu, který nějak souvisí s výstupem soustavy a jehož vliv na výstup lze popsat filtrem $\frac{D(z^{-1})}{A(z^{-1})}$. Zdroj poruchy nemusí být v tomto případě bílý šum, ale libovolný signál, generovaný filtrem

$$F_v = \frac{1}{A_v(z^{-1})}$$

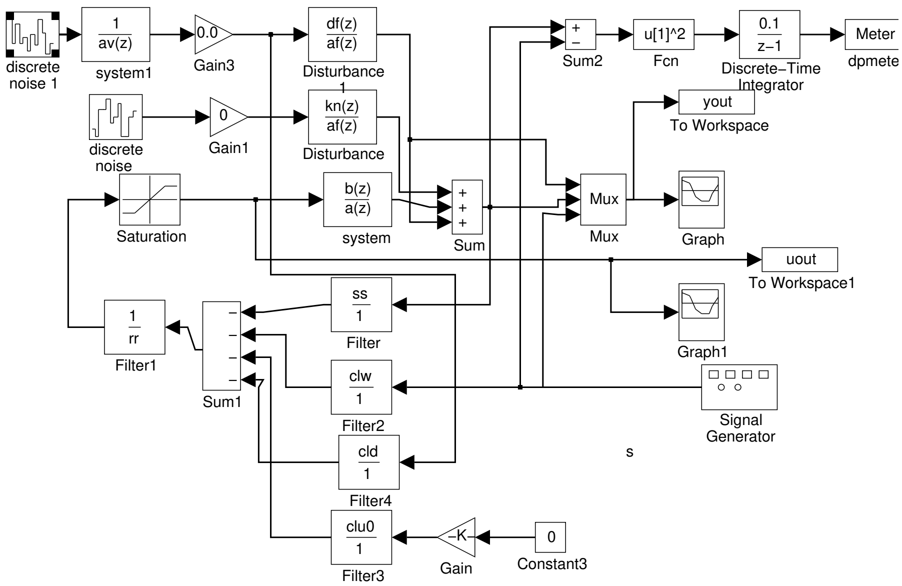
Koeficienty av_i tohoto filtru potom reprezentují dynamiku měřitelné poruchy. Ty buď známe, nebo je můžeme identifikovat podobně jako parametry soustavy.

Pro demonstraci kompenzace měřitelné poruchy vyjdeme ze simulinkového schematu na obr.6.34, kde je meřitelná porucha generována jako náhodná vytvořená filtrem

$$F_v = \frac{1}{A_v(z^{-1})}$$

Tuto hodnotu měříme a používáme v další přímovazební složce regulátoru s přenosem $\frac{Cld(z^{-1})}{R(z^{-1})}$. Porucha se projevuje na výstupu podle předpokladu regresního modelu průchodem filtrem $\frac{D(z^{-1})}{A(z^{-1})}$.

V první trojici odezev na obr.6.35.je potlačena neměřitelná porucha, aby vynikl případ kompenzace měřitelné poruchy. Na obr.6.35a je zachycen pochod, kdy poruchu neměříme, obr.6.35b dokumentuje situaci, kdy sice poruchu měříme, ale neznáme její vlastnosti (model, který ji generuje). Obr.6.35c zachycuje situaci plné informace o poruše. Na čtvrém obrázku je zachyceno celkové chování s měřitelnou a neměřitelnou poruchou a změnou žádané hodnoty.



Obrázek 6.34: Simulinkové schema kompenzace měřitelné poruchy

Sledování žádané hodnoty

Sledování žádané hodnoty, řízení, představuje jeden z nejdůležitějších režimů regulačního obvodu. Podle tvarů odezev na typické průběhy žádané hodnoty (skoky – přechodová charakteristika) se často posuzuje kvalita regulačního pochodu. Při návrhu regulátoru pro sledování změny žádané hodnoty nalezáme proti případu kompenzace poruchy tyto změny.

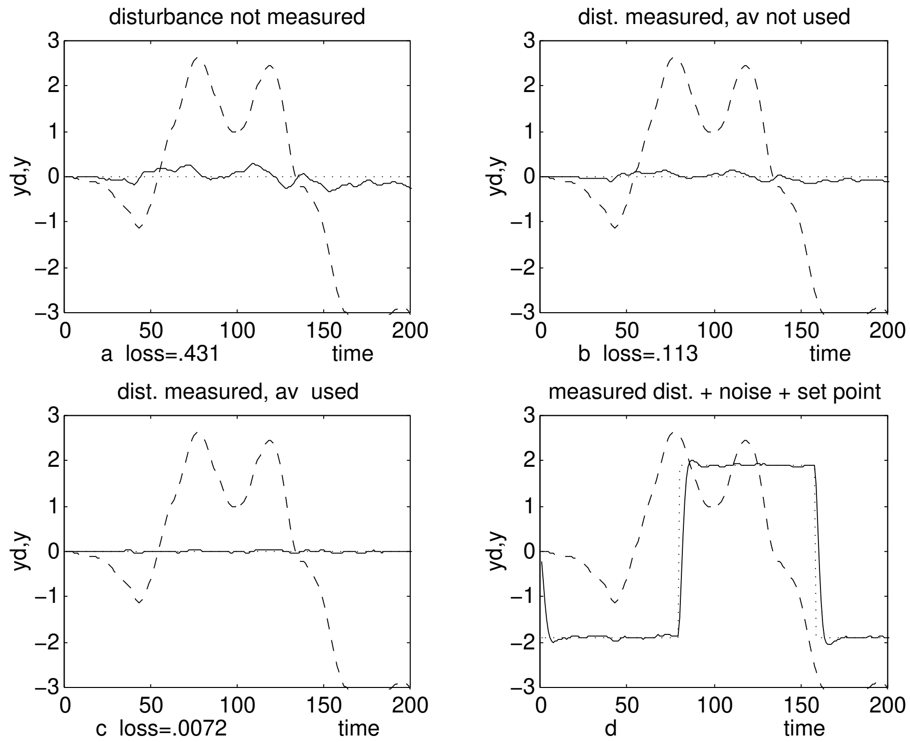
- Přenos výstupu na poruchu a výstupu na žádanou hodnotu jsou různé přenosy.
- Při minimalizaci kritéria uvažujeme další signál a navíc musíme znát jeho budoucí hodnoty.

Na rozdíl od většiny ostatních signálů v obvodu je znalost budoucího průběhu žádené hodnoty prakticky velmi častá a přirozená. Navíc ji lze aplikovat skoro vždy prostě tím, že o několik (desítek) period vzorkování zpozdíme skutečnou změnu žádané hodnoty.

Samozřejmě vždy můžeme použít standardního postupu při optimalizaci, kdy neznámé hodnoty signálů v kritériu predikujeme pomocí modelu. Tento přístup je aplikovatelný i na případ změny žádané hodnoty. Model, kterým predikujeme konstantní budoucí žádanou hodnotu je

$$w(k) = w(k-1) \tag{6.25}$$

Zabývejme se podrobněji případem kdy budoucí hodnoty řízení známe. Podíváme-li se na blokové schema regulátoru (obr.6.2) vidíme , že optimalizací získáme jednak zpětnovazební část regulátoru, jednak přímovazební. Pro adaptivní regulátor je důležité připomenout, že přímovazební složka je bezprostředně částí přenosu řízení a nesoulad modelu se skutečností se může odrazit v odchylkách při sledování žádané hodnoty. Přenos



Obrázek 6.35: Různé formy kompenzace externí poruchy

filtru přímovazební části je

$$\frac{u}{w} = \frac{f(z)}{R(z^{-1})} \tag{6.26}$$

a je zjevně nekauzální, což v tomto případě potřebujeme. Koeficienty přenosu se získají procesem optimalizace (viz oddíl 6.7).

Pokud je signál řízení konstantní, zjednoduší se přenos na

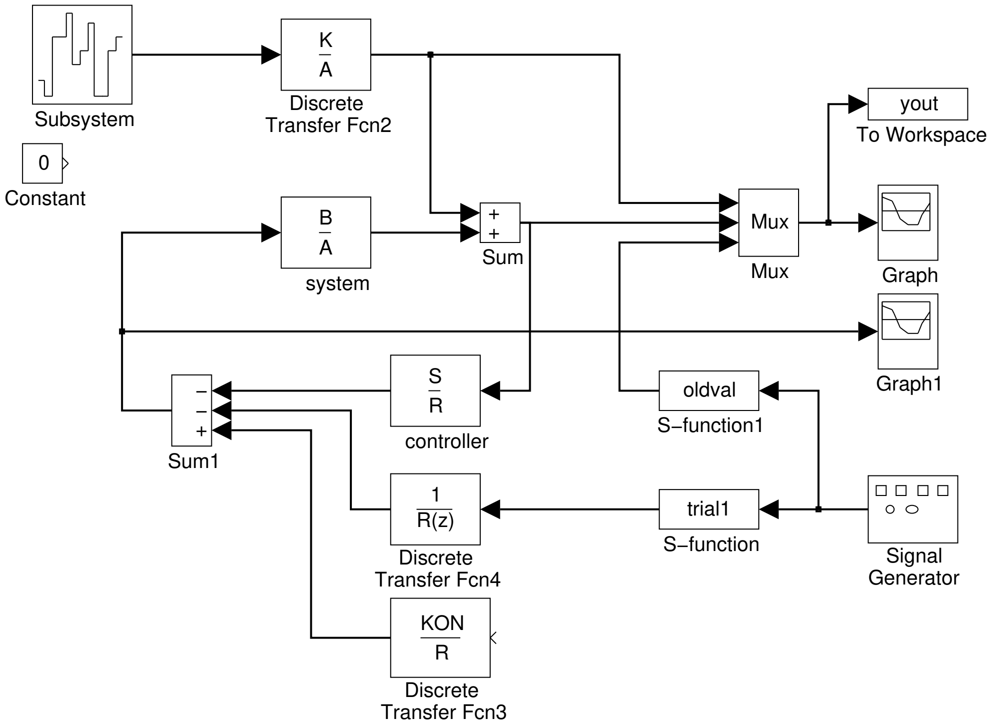
$$\frac{u}{w} = \frac{\sum_{i=1}^{nw} f_i}{R(z^{-1})}.$$

Člen $\sum_{i=0}^{nw} f_i$ získáváme v optimalizačním procesu tím, že všechny budoucí žádané hodnoty akumulujeme do jednoho sloupce matice S. Pro jiné známé průběhy v budoucnu je nejjednodušší použít přímo filtru (6.26), i když by bylo možné získat specifické výsledky pro určitý signál. Zkusíme si to ukázat na případu rampy. Pro rampu s počáteční hodnotou w_0 a přírůstkem δw, lze výstup filtru u_w napsat jako

$$u_w = \frac{\sum_{i=1}^{nw} f_i}{R(z^{-1})} w_0 + \frac{\sum_{i=1}^{nw} i f_i}{R(z^{-1})} \delta w.$$

V proceduře optimalizace by se tento případ realizoval tak, že by Riccatiho matice měla další sloupec odpovídající přírůstku rampy.

Na obr.6.36 vidíme simulační schema experimentů se změnou žádané hodnoty s předprogramováním. Protože v Simulinku nelze vyrobit vektor "budoucích" hodnot, pracuje



Obrázek 6.36: simulace s predprogramovanim

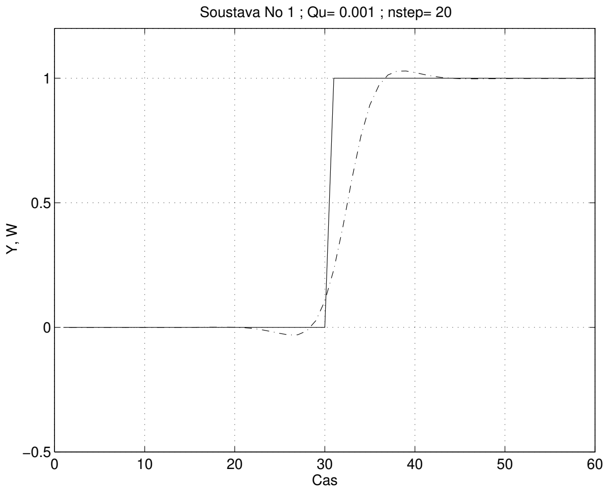
se ve skutečnosti se zpožděnými a výstup soustavy se porovnává se zpožděnou žádanou hodnotou. Ta se zpožďuje v bloku **oldval**. Součin $\sum_{i=1}^{nw} f_i w_{t+i}$ se provádí v bloku **trial1**. Ostatní bloky jsou standardní. Výpočet parametrů regulátoru s předprogramováním se provádí procedurou **lq3.m**. V ní se nejdříve spočítá ustálené optimální řízení a následně se vypočítá složka předprogramování. (Jinak by byl tvar filtru předprogramování ovlivněn počátečními podmínkami R.R.). Podívejme se nyní na typické průběhy pro jednoduchou soustavu S1.

Na 6.37 je průběh odezvy na změnu žádané hodnoty skokem. Je vidět, že proces je symetricky rozdělěn na dobu před a po příchodu změny. Odpovídající průběh akční veličiny je na 6.38. Velikosti koeficientů f_i jsou patrny na 6.39. Z něj vidíme, že $f_i = 0$ pro $i > 16$. Proto v případě, že zvolíme délku předprogramování 10,(obr.6.40), bude ustálená hodnota větší než žádaná, protože jsme zanedbali záporné koeficienty pro $i > 10$. Podobně pro délku předprogramování 5 (obr.6.41), výstup nedosahuje požadované hodnoty. Na dalších obrázcích obr.6.42- obr.6.44 jsou průběhy výstupu, vstupu a koeficienty f_i pro regulátor s jinou hodnotou penalizace vstupu. Průběhy řízení neminimálně fázových soustav jsou na dalších obrázcích.

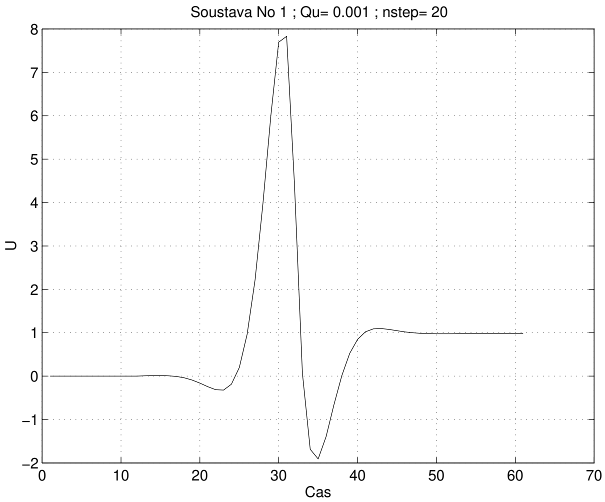
Závěry:

Předprogramování využívá dokonale informaci o budoucím řízení a dosahuje tak optimálních odezev jak po stránce kvality výstupu, tak co do náročnosti na vstup.

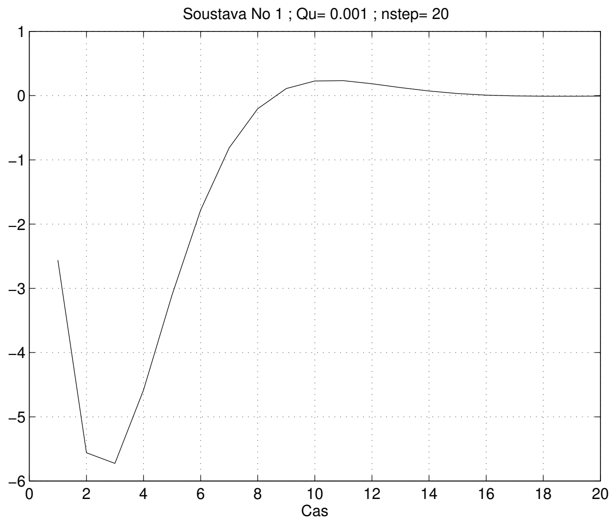
Nulová trvalá odchylka.



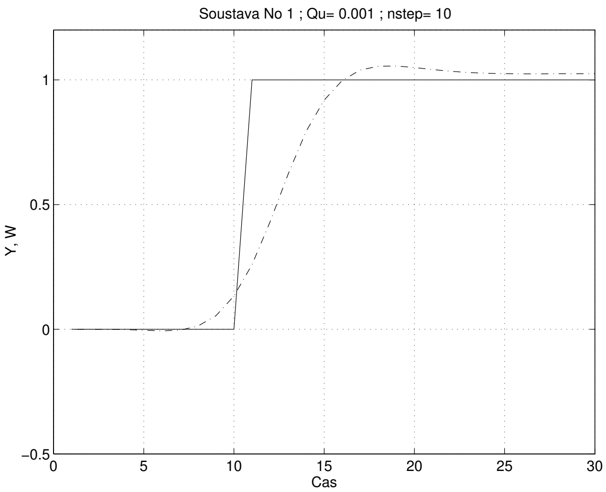
Obrázek 6.37: S1: průběh výstupu, 20 kroků dopředu



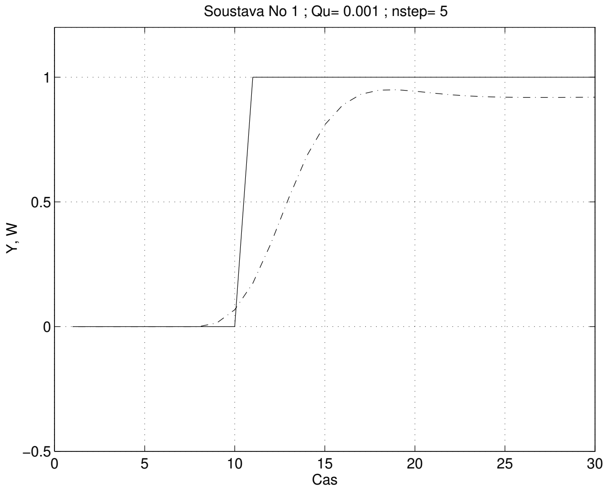
Obrázek 6.38: S1: průběh vstupu 20 kroků dopředu



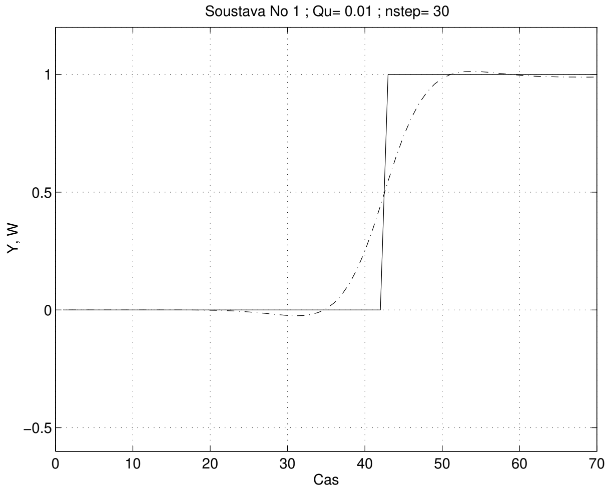
Obrázek 6.39: S1: průběh koeficientů, 20 kroků dopředu



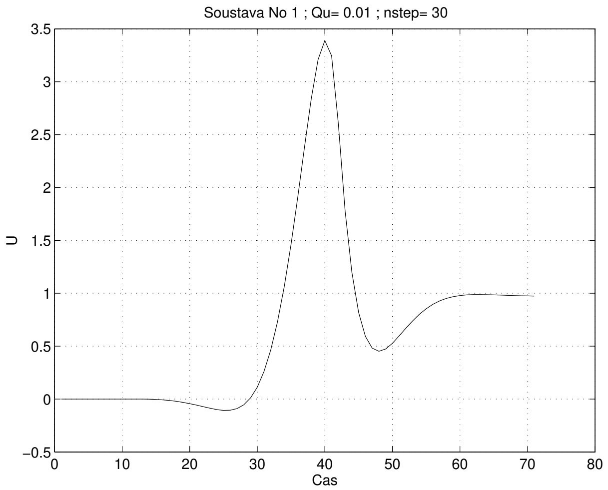
Obrázek 6.40: S1: průběh výstupu, 10 kroků dopředu



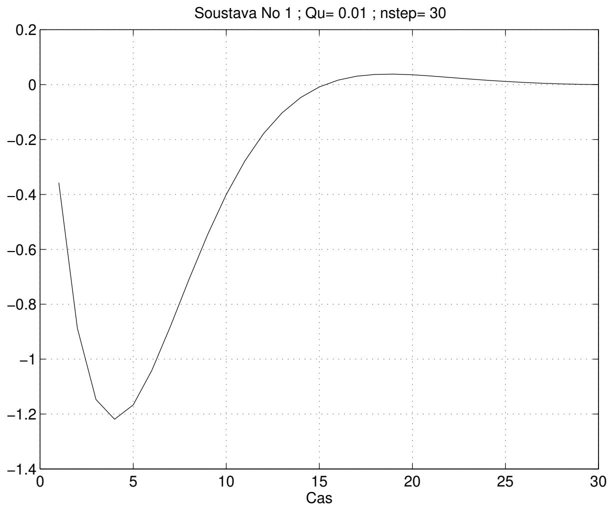
Obrázek 6.41: S1: průběh výstupu, 5 kroků dopředu



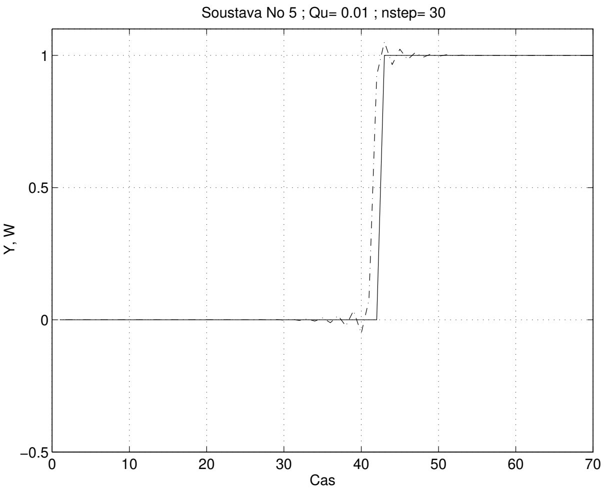
Obrázek 6.42: S1: průběh výstupu, 30 kroků dopředu



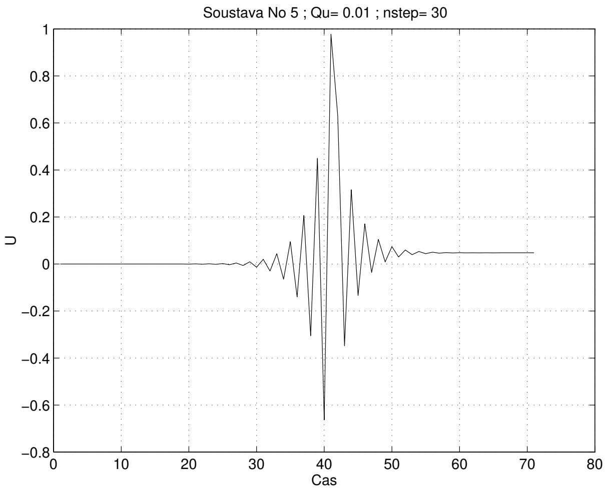
Obrázek 6.43: S1: průběh vstupu 20 kroků dopředu



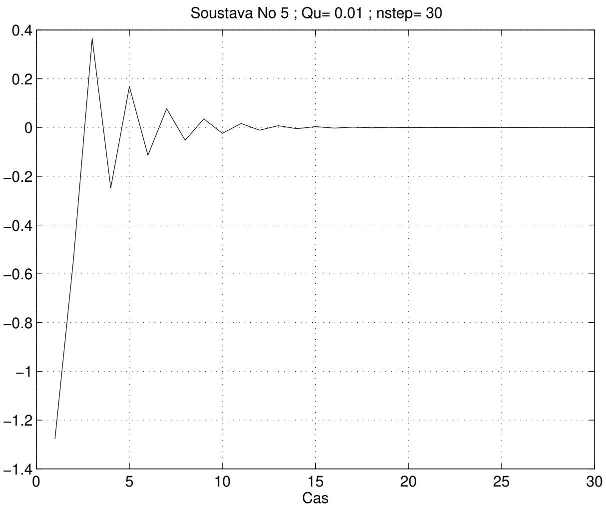
Obrázek 6.44: S1: průběh koeficientů, 20 kroků dopředu



Obrázek 6.45: neminimalne fazova soustava S6, výstupy



Obrázek 6.46: neminimalne fazova soustava S6, vstupy
labeltana11



Obrázek 6.47: neminimalne fazova soustava S6, koeficienty

Typickým nedostatkem návrhu LQ regulátoru minimalizací kritéria 6.2 je nenulová tvalá regulační odchylka na jednotkový skok v případě, že soustava neobsahuje integrační člen. Tento offset se stává patrný zejména v případech, kdy je třeba z nejrůznějších důvodů použít větší penalizaci Qu. S tímto jevem jsme se již seznámili v oddíle 6.2.

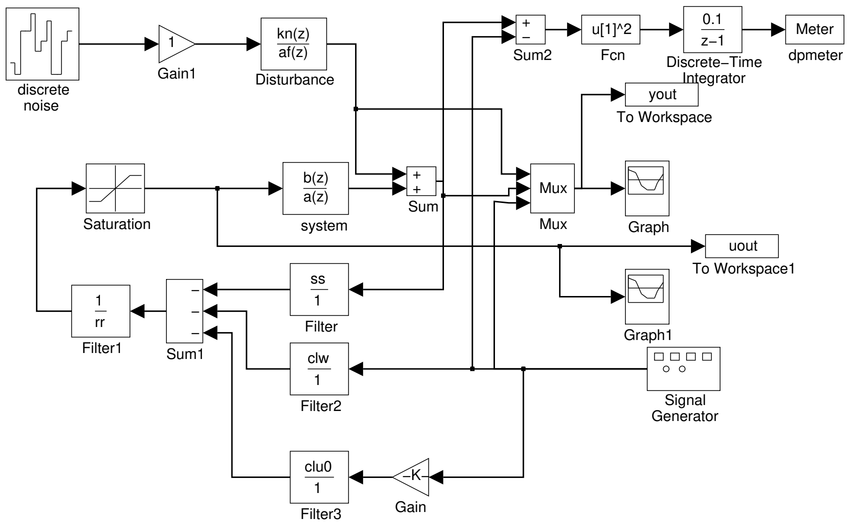
Standardně se problém řeší přidáním integrátoru do otevřené smyčky. Tím se ovšem změní i přenos filtru poruchy a změní se tak předpoklad o jejím charakteru. Zlepší se sice odezva na skok, ale může se zhoršit kompenzace poruchy. K tomu, aby přidání integrátoru nevedlo ke změně kompenzace poruchy bychom museli přejít na model ARMAX a předpokládat $C = z - 1$.

V některých případech můžeme trvalou regulační odchylku (offset) omezit tím, že místo penalizace u budeme penalizovat přírůstky u, tedy $\triangle u$. Touto penalizací neomezujeme velikost akčního zásahu ale jen jeho změny.

Další způsob vychází z kritéria 6.3 , ve kterém uvažujeme další signál, referenční vstup. Ve skutečnosti je přirozenější nepenalizovat velikost zásahu, ale jen tu část akčního zásahu, která vznikne po odečtení velikosti u, potřebné pro dosažení požadované úrovně výstupu. Potřebnou velikost $u0$ lze získat dvěma přístupy.

- u0 lze chápat jako další proměnnou v kritériu, kterou využijeme pro minimalizaci kritéria.(viz [12])
- u0 je signál úměrný žádané hodnotě, který je třeba přidat k u(k), aby se vykompenzoval offset.

Druhý přístup má jednodušší interpretaci a využíváme ho na př v simulinkovém schematu **schema1p.m** na obr.6.48. V následujícím oddíle využijeme signálu $u0$ k dalším účelům.



Obrázek 6.48: Schema kompenzace offsetu signálem u0

6.4.3 Charakteristické rysy LQ řízení ve frekvenční oblasti

Je známé, že vlastnosti regulačního obvodu v časové oblasti(přechodová charakteristika) a vlastnosti obvodu ve frekvenční oblasti jsou u lineárních systémů jen dvě strany jedné reality. Dosud jsme se převážně zajímali o časovou oblast. Regresní model je popis soustavy v časové oblasti, minimalizaci kritéria jsme prováděli v časové oblasti a ukazovali jsme si typické vlastnosti při kompenzaci poruch a sledování žádané hodnoty. Tyto jevy jsou v adaptivním řízení primární. Nyní se zaměříme na druhou stránku, to je na vlastnosti LQ řízení ve frekvenční oblasti. Sledování těchto vlastností je důležité zejména pro posouzení stability obvodu a robustnosti návrhu, což znamená analýzu chování v případě, že soustava se výrazněji liší od modelu, užitého pro návrh řízení. Ve frekvenční oblasti bude rovněž jednodušší demonstrovat vliv periody vzorkování na stabilitu a kvalitu regulačního pochodu. Při zobrazování frekvenčních charakteristik diskretních soustav získaných ze vzorkování spojitých soustav je třeba dbát na správnou transformaci frekvencí. Diskretní přenos reprezentuje spojité frekvence jen do poloviny vzorkovací frekvence. To znamená, že při periodě vzorkování $T_0 = \frac{1}{f_0}$ bude maximální zobrazovaná úhlová frekvence

$$\omega_m = 2\pi \frac{f_0}{2} = \pi f_0 = \frac{\pi}{T_0} \tag{6.27}$$

Tato frekvence se zobrazí vzorkováním na diskretní úhlovou frekvenci $\omega_{d,m} = \pi$. Pokud tedy pracujeme s regulačním obvodem, jehož diskretní přenos byl získán vzorkováním, nevyhneme se vztahu mezi diskretní a spojitou frekvencí, vycházejícího z (6.27).

$$\omega_d = \omega_s T_0$$

Někdy se diskretní frekvence vyjadřují v poměru ke Nyquistově frekvenci, která je poloviční frekvencí vzorkování. Nejvyšší frekvence má tedy hodnotu 1. Spojitá frekvence se získá $f_s = f_r f_0/2$ a diskretní kruhová $\omega_d = f_r \pi$.

Frekvenční charakteristiky obvodů s LQ regulátory mají některé typické vlastnosti.

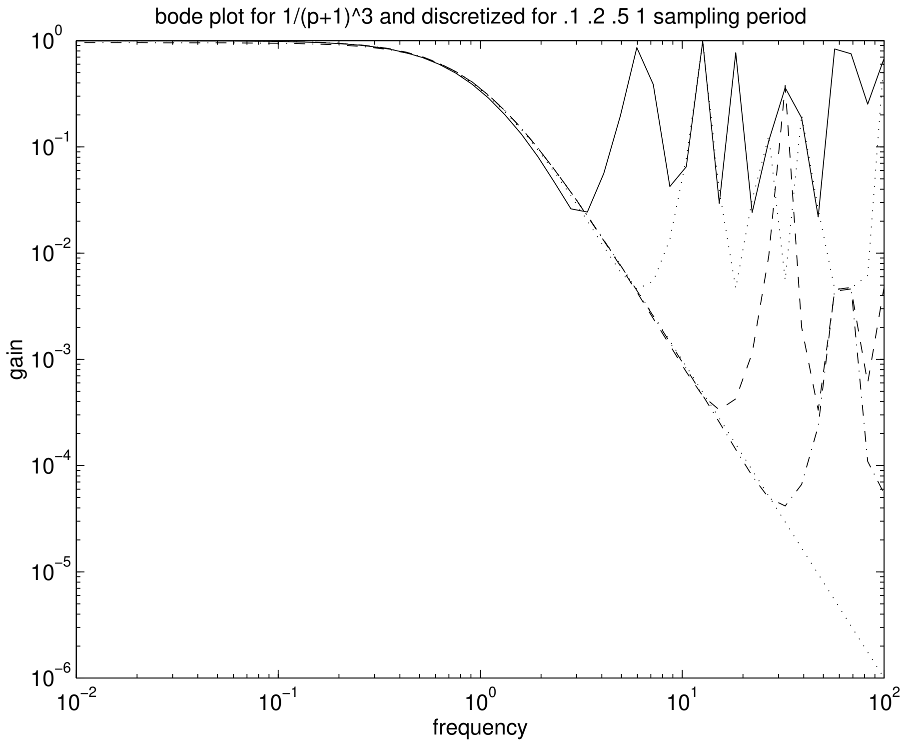
- Frekvenční charakteristika LQ regulátoru má tendenci zesilovat signály na vyšších frekvencích
- frekvenční charakteristika otevřené smyčky v komplexní rovině (Nyquistův diagram) má charakteristický průběh v okolí bodu [-1,0] komplexní roviny
- LQ regulátor se snaží udržet frekvenční charakteristiku uzavřené smyčky přenosu řízení v logaritmických souřadnicích rovnou do nejvyšších frekvencí.

Frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích

Frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích jsou výhodné k demonstraci vlivu periody vzorkování a penalizace. Typické chování regulátoru si ukážeme na příkladu řízení spojité soustavy s přenosem

$$G(p) = \frac{1}{(p+1)^3}.$$

Při periodách vzorkování $T_0 = .1, .2, .5\ a\ 1s$ dostáváme diskretní přenosy v souboru **modely.m** označené jako S10,S12,S15 a S20. Frekvenční charakteristiky spojitého přenosu a diskretních přenosů odpovídající jednotlivým periodám vzorkování jsou na obr.6.49. Na obrázku je záměrně zdůrazněno, do jak vysokých frekvencí reprezentuje diskretní model spojitou soustavu při různých periodách vzorkování. Shodu se spojitou frekvenční charakteristikou dostáváme do frekvence $\frac{\pi}{T_0}$ pro vyšší frekvence se hodnoty frekvenční charakteristiky periodicky opakují. Vzhledem k použitým logaritmickým souřadnicím a řídkosti bodů ve vysokých frekvencích jsou periodicita, a zejména symetrie řešení zkresleny.



Obrázek 6.49: Frekvenční charakteristiky spojité soustavy a diskretních modelů pro různé periody vzorkování.

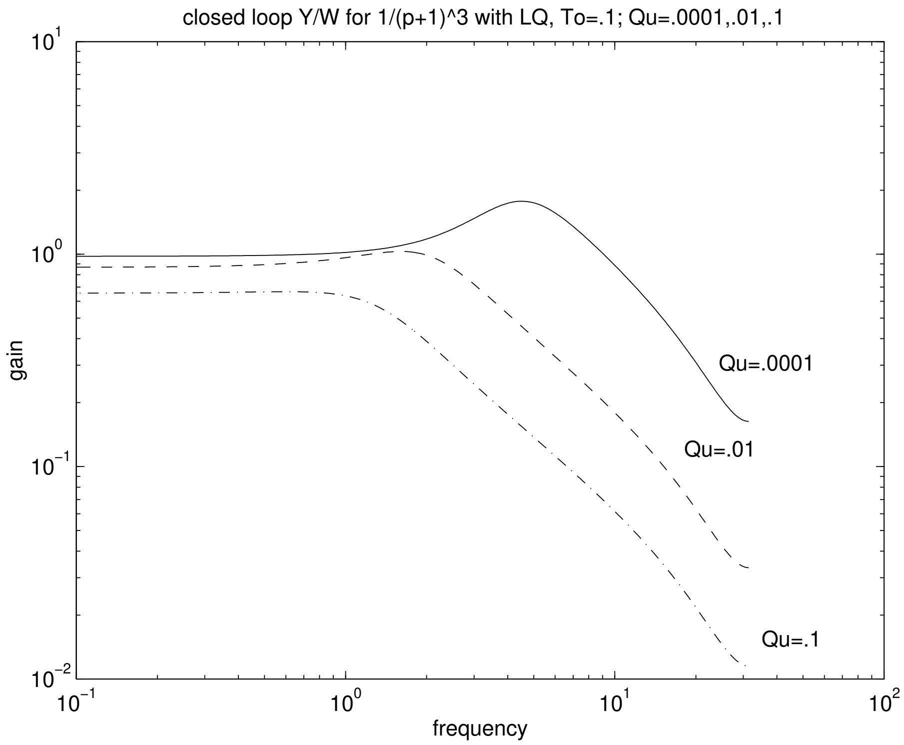
Frekvenční charakteristiky přenosů řízení pro uvažovanou soustavu, vzorkovanou $T_0 = .1s$ a pro různé penalizace Qu jsou na obr.6.50.

Citlivostní funkce (přenos na poruchu) téže soustavy ale vzorkované s periodou $T_0 = .5s$ jsou na obr.6.51.

Penalizace Qu posouvá svisle frekvenční charakteristiku regulátoru a do značné míry tak mění celkové zesílení otevřené smyčky (viz obr.6.52).

Pro jiný typ soustav, např. pro neminimálně fázové soustavy, je posuv frekvenčních charakteristik regulátoru značně menší.

Změna charakteru citlivostní funkce při řízení uvažované soustavy LQ regulátorem získaným optimalizací stejného kritéria ale s použitím různé periody vzorkování dokumentuje obr.6.53



Obrázek 6.50: Frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky pro různé penalizace.

Frekvenční charakteristiky v komplexní rovině

Frekvenční charakteristiky otevřené smyčky s LQ regulátorem mají charakteristický způsob, obličování bodu (-1,0) komplexní roviny.

Tvar frekvenční charakteristiky je možné odvodit z frekvenční interpretace Riccatiho rovnice a pro zájemce je toto téma podrobněji rozvedeno.

Vyjdeme z klasického tvaru algebraické (ustálené) Riccatiho rovnice 6.8 Frekvenční interpretace se většinou týkají ustálených stavů. Vynecháme index i a využijeme vztahu 6.9. Dostaneme

$$S = F'SF + Qx - L'(Qu + G'SG)L \tag{6.28}$$

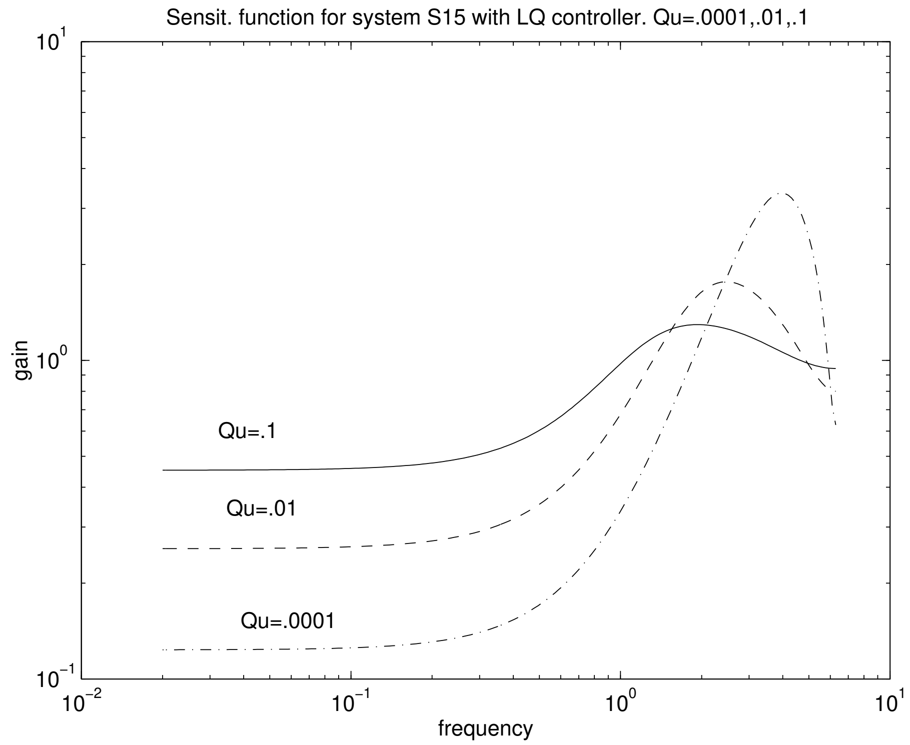
Nyní převedeme $F'SF$ na druhou stranu rovnice a současně na této straně přičteme a odečteme $zIF'S$ a $z^{-1}IFS$. Levou stranu lze potom upravit následovně:

$$(z^{-1}I - F')S(zI - F) + (z^{-1}I - F')SF + F'S(zI - F)$$

Dále vynásobíme rovnici zleva $(z^{-1}I - F')^{-1}$ a zprava $(zI - F)^{-1}$. Dostaneme:

$$S + SF(zI - F)^{-1} + (z^{-1}I - F')^{-1}F'S =$$

$$(z^{-1}I - F')^{-1}Qx(zI - F)^{-1} - z^{-1}I - F')^{-1}L'(Qu + G'SG)L(zI - F)^{-1}$$



Obrázek 6.51: Citlivostní funkce pro různé penalizace.

Poslední člen pravé strany se převede nalevo, obě strany se vynásobí G' zleva a G zprava a k oběma stranám se přičte Qu. Využije se vztahu $(Qu + G'SG)L = G'SF$. Postupně dostáváme:

$$\begin{aligned}
& Qu + G'(z^{-1}I - F')^{-1}Qy(zI - F)^{-1}G = \\
& Qu + G'SG - (Qu + G'SG)L(zI - F)^{-1} - (z^{-1}I - F')^{-1}L'(Qu + G'SG) + \\
& G'z^{-1}I - F')^{-1}L'(Qu + G'SG)L(zI - F)^{-1}G \\
= \; & [(Qu + G'SG) - (Qu + G'SG)L(zI - F)^{-1} - (z^{-1}I - F')^{-1}L'(Qu + G'SG) + \\
& G'z^{-1}I - F')^{-1}L'(Qu + G'SG)L(zI - F)^{-1}G \\
= \; & [I - L(z^{-1}I - F')^{-1}G]'(Qu + G'SG)[I - L(z^{-1}I - F')^{-1}G] \qquad (6.29)
\end{aligned}$$

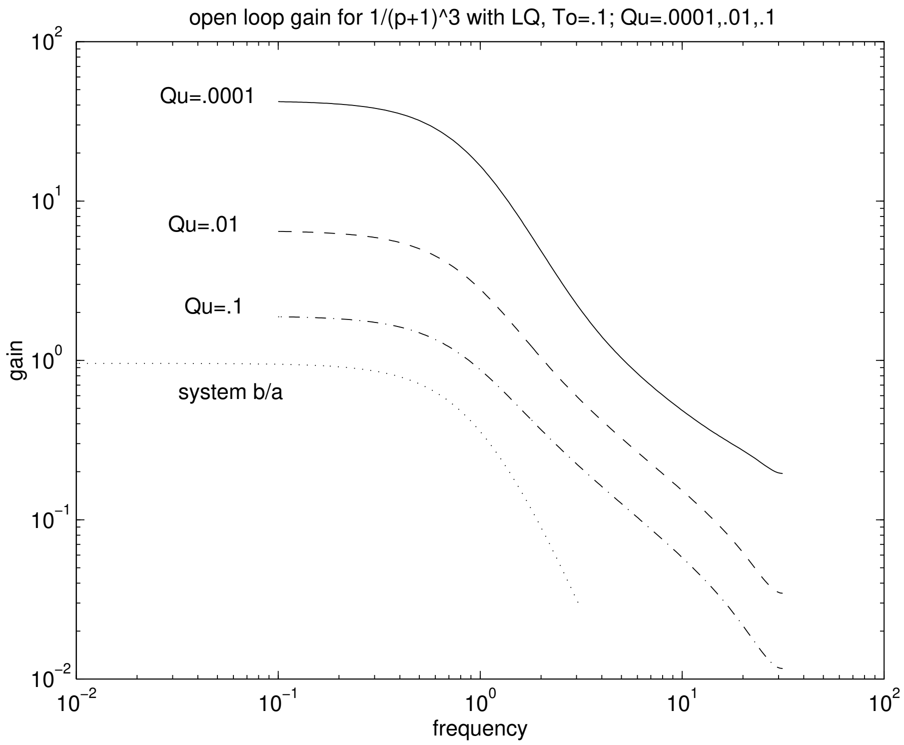
V jednorozměrovém případě lze napsat

$$\frac{Qu}{G'SG + Qu} + \frac{|(zI - F)^{-1}G|^2}{G'SG + Qu} = |I - L(z^{-1}I - F')^{-1}G|^2 \qquad (6.30)$$

Z toho vyplývá, že

$$\frac{Qu}{G'SG + Qu} < |I - L(z^{-1}I - F')^{-1}G|^2 \qquad (6.31)$$

Nerovnice 6.31 má jednoduchou interpretaci: Vzdálenost bodů frekvenční charakteristiky od bodu (-1,0) komplexní roviny je vždy větší než konstanta, uvedená na levé straně nerovnosti.



Obrázek 6.52: Zesílení otevřené smyčky pro různé penalizace.

Uvedené vztahy byly získány na základě poměrně složitých manipulací s Riccatiho rovnicí. Podobné vztahy, které navíc zahrnují případ dynamického výstupního regulátoru lze mnohem jednodušeji získat z přenosu soustavy a polynomiální syntézy LQ regulátoru. [13]. Ukážeme si zde zjednodušený případ. V něm se syntéza provádí ve dvou krocích.

1. Nejprve nalezne polynom uzavřené smyčky ϕ z faktorizační rovnice

$$Qy\bar{B}B + Qu\bar{A}A = \phi_0^2\bar{\phi}\phi \tag{6.32}$$

2. Řeší se polynomiální rovnice

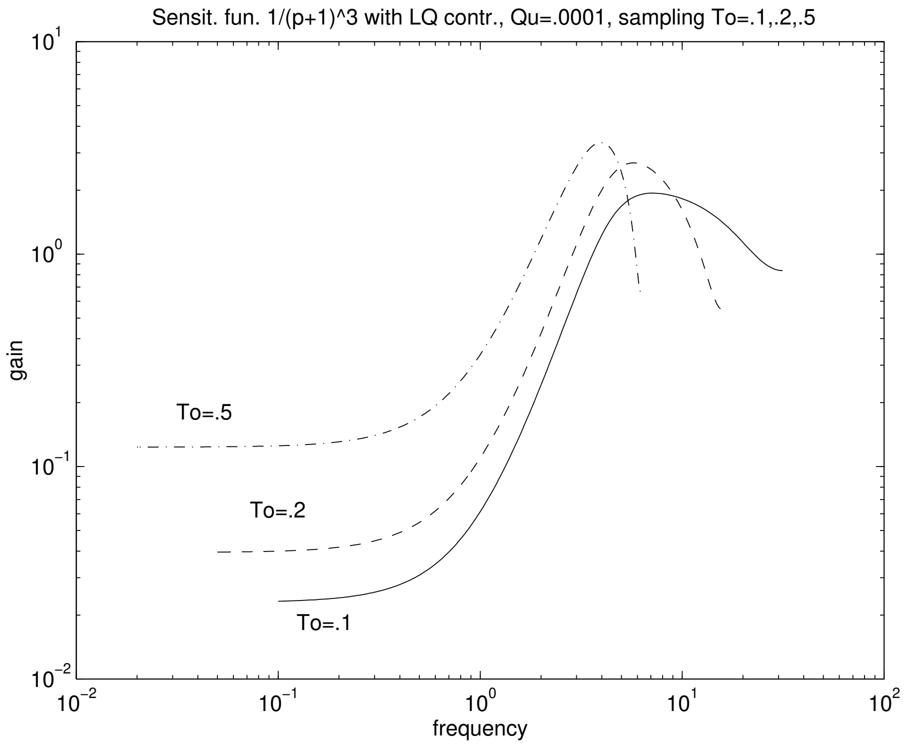
$$AR + BS = \phi$$

V rovnici značí $\bar{B}, \bar{A}$ konjugovaný polynom k čitateli B a jmenovateli A přenosu soustavy a ϕ_0 je normalizační koeficient takový, že $\phi = 1 + p_1 z^{-1} + \ldots + p_n z^{-n}$. Vydělíme-li rovnice 6.32 členy $\bar{A}A$,$\bar{R}R$ a ϕ_0^2, kde R je jmenovatel přenosu regulátoru, dostaneme rovnici:

$$\frac{Qu}{\phi_0^2\bar{R}R} + Qy\frac{\bar{B}B}{\bar{A}A\bar{R}R} = \frac{\bar{\phi}\phi}{\bar{A}A\bar{R}R} \tag{6.33}$$

neboli

$$\frac{Qu}{\phi_0^2\bar{R}R} + Qy\frac{\bar{B}B}{\bar{A}A\bar{R}R} = |1+G|^2$$



Obrázek 6.53: Citlivostní funkce při různé periodě vzorkování.

Na pravé straně je převrácená hodnota modulu citlivostní funkce, na levé straně nás především zajímá první výraz. Z algoritmu řešení Riccatiho rovnice (oddíl 6.7) vyplývá, že

$$\phi_0^2 = Qu + Pu'SPu$$

a tato hodnota se nachází v prvku Huu minimalizované matice Hn (viz oddíl 6.7).

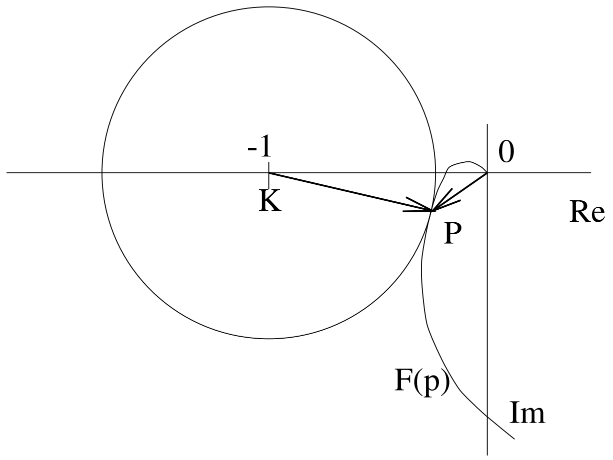
Na rozdíl od stavového případu (6.30) , kdy je minimální vzdálenost frekvenční charakteristiky od bodu [-1,0] komplexní roviny limitována prvním členem levé strany rovnice (6.33), je v tomto případě minimální vzdálenost navíc funkcí $\frac{1}{\tilde{R}R}$. Nedá se tedy mluvit o garantované minimální vzdálenosti.

Robustnost LQ regulátoru

Robustnost regulátorů je nejen určitým hitem posledních let, ale, což je důležitější, je nezbytným atributem všech regulátorů pro praktické použití. Důvod je jednoduchý. V praxi nelze garantovat naprostou shodu předpokládaného modelu s reálnou soustavou jak se to činí při návrzích regulátorů. Jsou známy metody návrhu t.zv. robustního regulátoru. Jejich důsledkem však bývá nastavení regulátoru, které zachová určitou kvalitu regulačního pochodu s celou třídou soustav, které se od modelu liší definovaným způsobem. Dosažená kvalita bývá ale jen mírná. V našem případě řešíme nedostatečnou znalost reálné soustavy adaptivitou. Přesto i zde je třeba sledovat vlastnosti určující robustnost, protože adaptace realizovaná identifikací parametrů modelu nezajistí nikdy úplnou shodu. Pro sledování robustnosti využijeme výsledků z frekvenční oblasti.

Při posuzování robustnosti zde budeme uvažovat zejména posouzení stability uzavřené smyčky v případě, že regulátor pracuje s jinou soustavou než tou, na kterou byl navržen.

Velikost možných změn soustavy, které ještě neporuší stabilitu obvodu lze velmi dobře posoudit z nejmenší vzdálenosti frekvenční charakteristiky otevřené smyčky vůči bodu [-1 0]. Podívejme se na obr.6.54.



Obrázek 6.54: Posouzení robustnosti z frekvenční charakteristiky

Na něm je zachycena frekvenční charakteristika. Bod P na frekvenční charakteristice má nejmenší vzdálenost od bodu K, označujícího bod [-1 0]. V komplexní rovině platí následující vektorový vztah

$$\vec{KP} = \vec{K0} + \vec{0P} \tag{6.34}$$

neboli

$$P(j\omega) = I + G(j\omega) = \frac{AR + BS}{AR}$$

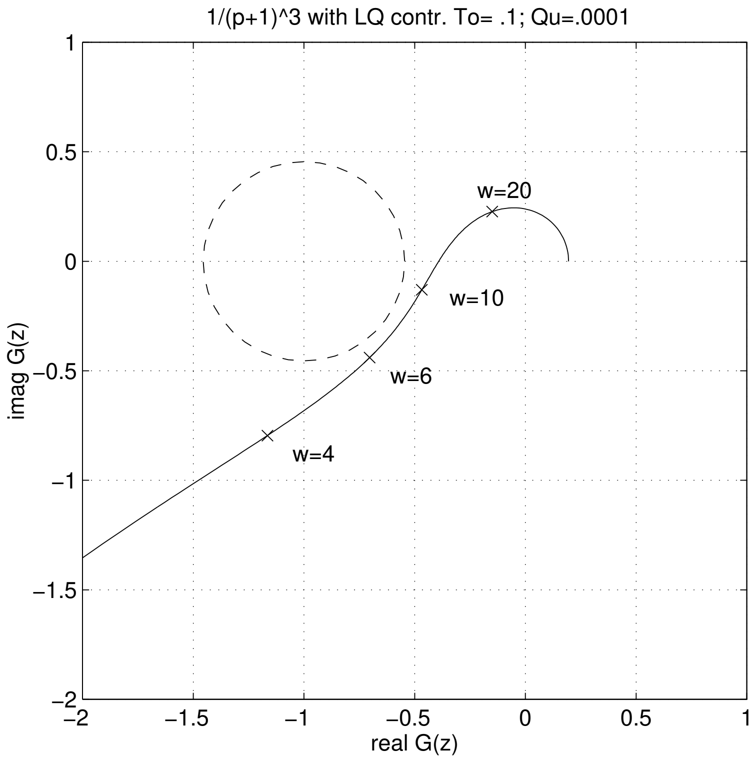
Protože poslední výraz je převrávená hodnota citlivostní funkce, udává převrácená hodnota $|P(j\omega)|$ modul citlivostní funkce. V předchozí části jsme si ukázali, že minimální vzdálenost frekvenční charakteristiky otevřené smyčky od kritického bodu [-1,0] komplexní roviny je možno odhadnout z výsledku optimalizace. Výsledek optimalizace tedy garantuje určitou míru robustnosti.Poznámky:

Jinými slovy: Frekvenční charakteristika neprotne kružnici se středem [-1 0] komplexní roviny a poloměrem $\frac{Qu}{(G'SG+Qu)^{1/2}|R_m|}$. $|R_m|$ je maximální hodnota modulu frekvenční charakteristiky jmenovatele přenosu regulátoru.

Na rozdíl od obdobného výsledku pro spojitý případ zanedbaný člen v rovnici 6.30 může významně přispět k poloměru kružnice vzhledem k tomu, že podle zvolené periody vzorkování může být modul frekvenční charakteristiky kolem bodu $\omega = \pi$ dostatečně velký.

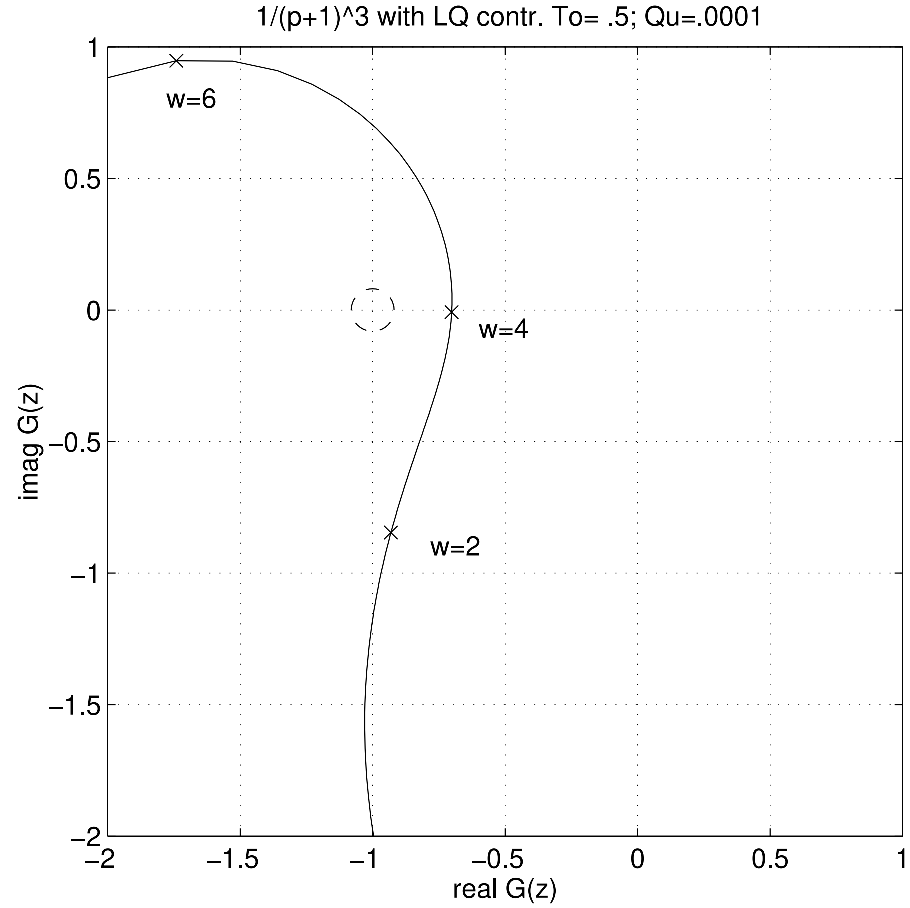
Velmi dobře je známa tolerance spojitého stavového LQ regulátoru na změnu zesílení v rozsahu $(1/2 - -\infty)$ a změnu fáze o 60^o. Tyto udaje však **neplatí** pro diskretní případ, kdy pro stavový regulátor platí (6.30). Pro náš případ, který je charakterizován zpětnou vazbou pouze od výstupu soustavy a nikoli stavu, je robustní stabilita charakterizována rovnicí 6.33. Podle ní má na robustnost vliv penalizace Qu a to jednak přímo, jednak prostřednictvím jmenovatele regulátoru R. Tvar frekvenční charakteristiky ovlivňuje i perioda vzorkování. Na analýze jednoduchých příkladů si ukážeme typický vliv těchto veličin.

Na obr.6.55 je nakreslena frekvenční charakteristika otevřené smyčky soustavy $F(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$, vzorkované s periodou $T_0 = .1s$ (soustava S10) s LQ regulátorem pro $Qu = .0001$. Čárkovaně je vyznačena kružnice, kterou frekvenční charakteristika nemůže protnout. Na obr.6.56 je obdobný případ, ale pro periodu vzorkování $T_0 = .5s$



Obrázek 6.55: Frekvenční charakteristika otevřené smyčky,$T_0 = .1s$, $Qu = .0001$,

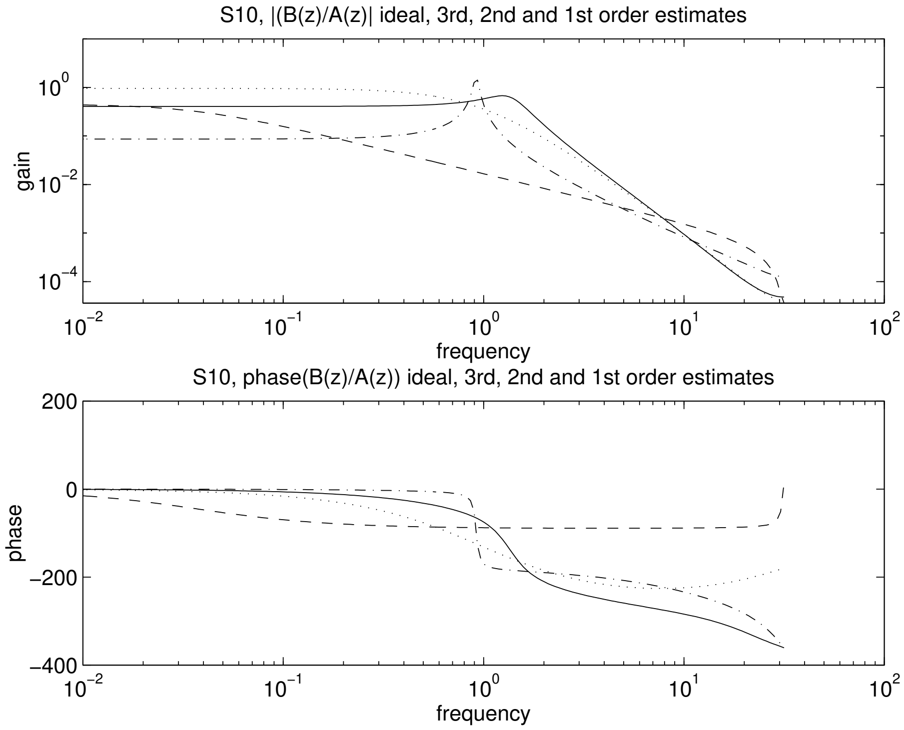
Podívejme se nyní na případ, kdy pro návrh regulátoru použijeme identifikovaný model a modely nižšího řádu než je skutečná soustava. Uvažujme opět soustavu $F(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$. Identifikačním experimentem získáme následující modely třetího, druhého a prvního řádu.



Obrázek 6.56: Frekvenční charakteristika otevřené smyčky,$T_0 = .5s$, $Qu = .0001$

řád hline	čitatel jmenovatel
ideal	$.0001547 + \ .000574z^{-1} + \ .0001331z^{-2} + 0$
	$1. \ - 2.7145z^{-1} + \ 2.4562z^{-2} \ - .74080z^{-3}$
3.	$.00037136 + \ .00015823z^{-1} + \ .00006041z^{-2} + \ .00013480z^{-3}$
	$1. + \ -2.7926z^{-1} + \ 2.6130z^{-2} \ - .81810z^{-3}$
2.	$-.0000536 + \ .0001094z^{-1} + \ .0006688z^{-2}$
	$1. \ - 1.987z^{-1} + \ .99540z^{-2}$
1.	$.000869 + \ .000799z^{-1}$
	$1. \ - .99630z^{-1}$

Amplitudové a fázové charakteristiky těchto přenosů jsou na obr.6.57. Na obr.6.58 jsou frekvenční charakteristiky otevřené smyčky uvažované soustavy 3. řádu s regulátory navrženými podle identifikovaných modelů 1. - 3. řádu. pro penalizace $Qu = .0001$ Vidíme, že ještě model druhého řádu vede na stabilní obvod ale model 1. řádu již vede na pochod nestabilní. Pokud zvýšíme penalizaci, podaří se v tomto případě obvod stabilizovat.



Obrázek 6.57: Frekvenční charakteristiky ideální soustavy a modelů 3.,2. a 1. řádu

V oddíle o kompenzaci šumu jsme viděli, že v případě, že filtr generující poruchu měl v čitateli $C(z^{-1}) = 1 - .98z^{-1}$, odhady parametrů se výrazně lišily od skutečných parametrů soustavy. Ve frekvenční oblasti si ukážeme, jaký to mělo vliv na stabilitu.

Na obr.6.59 jsou frekvenční charakteristiky soustavy s ideálními a identifikovanými parametry. Přeto, že se tyto frekvenční charakteristiky liší, frekvenční charakteristiky otevřené smyčky jsou zejména v oblasti vysokých frekvencí téměr identické. To je dokumentováno na obr.6.60.

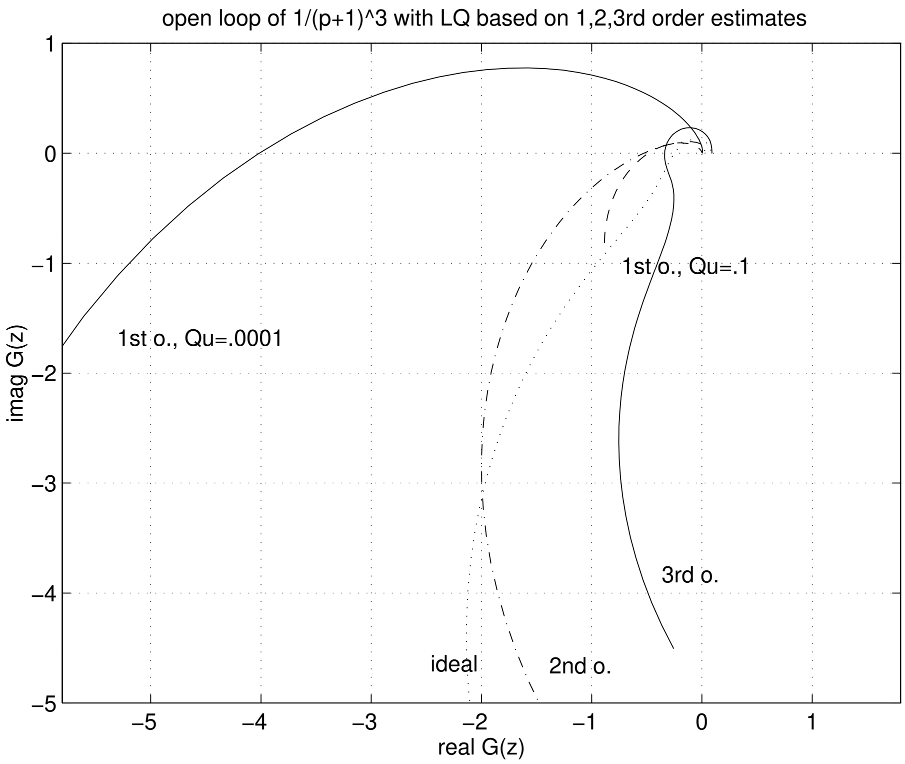
O stabilitě i kvalitě regulačního pochodu při neshodě modelu se skutečností rozhoduje do značné míry shoda frekvenční charakteristiky na vyšších frekvencích. V prvním případě jsme viděli, že model 1. řádu se poměrně dobře shodoval s ideální soustavou v oblasti nízkých frekvencí ale výrazně lišil ve vysokých. Výsledkem byl nestabilní pochod. V druhém příkladu se naopak vlastnosti soustavy a identifikovaného modelu lišily zejména v oblasti nízkých frekvencí.

V knize [14] je uveden vztah pro možnou změnu frekvenční charakteristiky tak, že proces ještě zůstane stabilní. My jsme si v úvodu této části ukázali, jaké podmínky platí pro možnou změnu přenosu otevřené smyčky. Ty jsou dány podmínkou

$$|G(z) - G0(z)| < |1 + G(z)|$$

kde $G(z), G0(z)$ jsou frekvenční charakteristiky otevřené smyčky skutečné soustavy a ideální. Protože

$$|G(z) - G0(z)| = |\frac{S}{R}||\frac{B}{A} - \frac{B0}{A0}|,$$



Obrázek 6.58: Frekvenční charakteristiky otevřené smyčky s různými regulátory.

lze psát

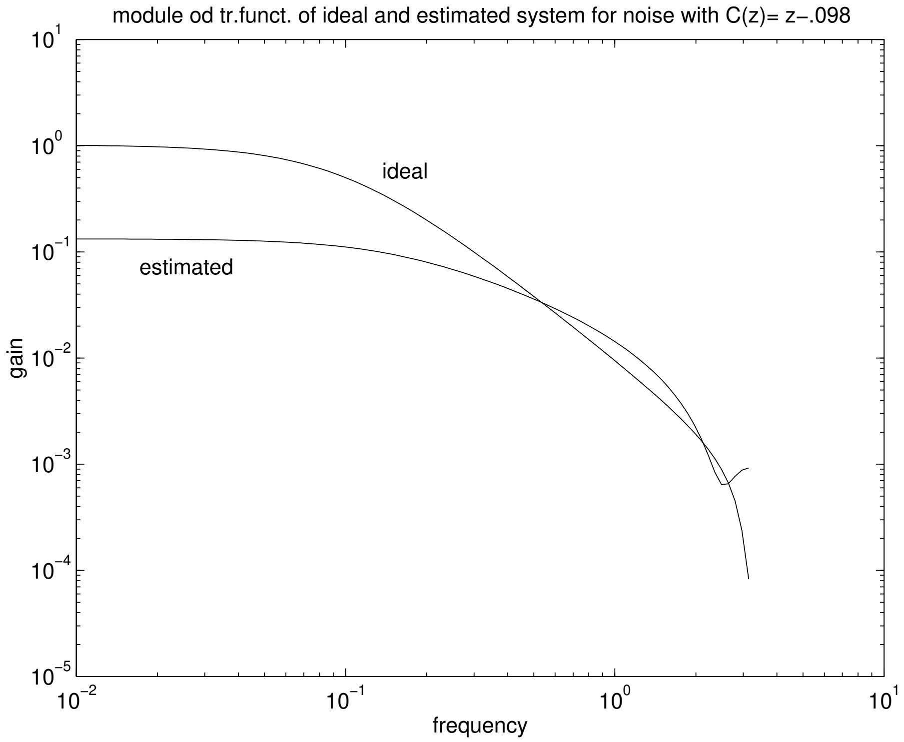
$$|\frac{B}{A} - \frac{B0}{A0}| < |\frac{AR + BS}{AR}\frac{R}{S}|$$

R se vykrátí a dostáváme

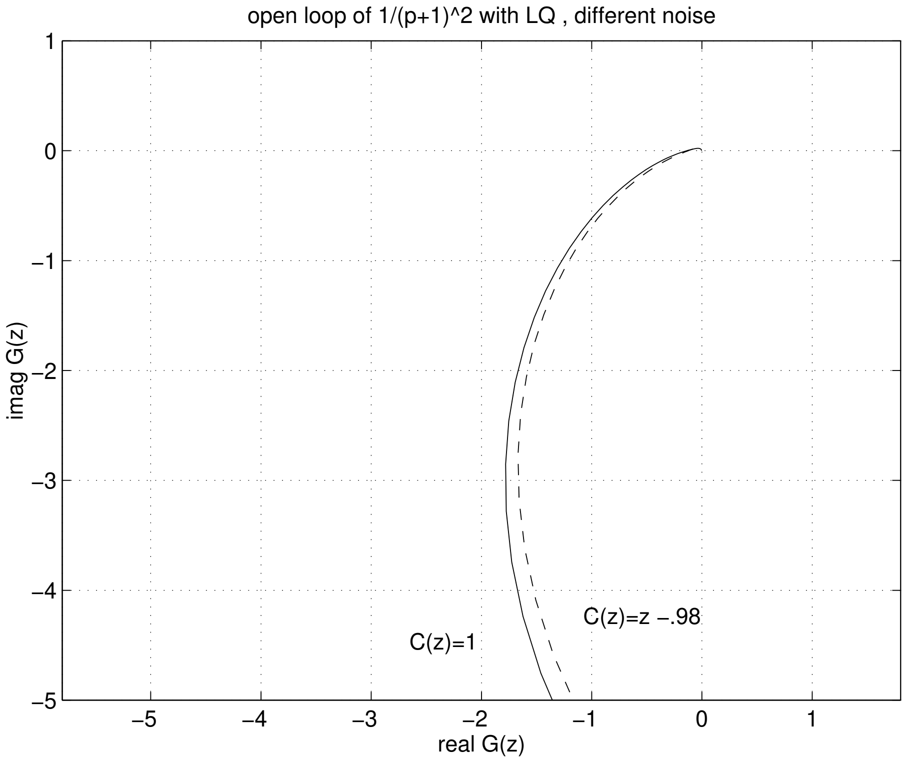
$$|\frac{B}{A} - \frac{B0}{A0}| < |\frac{AR + BS}{AS}|$$

Pokud výraz upravime podobně jako v [14], kde v našem případě je $H_m = \frac{BClw}{AR+BS}$, $H_{ff} = \frac{Clw}{R}$, $H = \frac{B}{A}$, $H_{fb} = \frac{S}{R}$ dostaneme tedy stejně

$$|\frac{B}{A} - \frac{B0}{A0}| < |\frac{H(z)Clw}{H_m(z)S(z)}|$$



Obrázek 6.59: Frekvenční charakteristiky ideální a identifikované soustavy



Obrázek 6.60: Frekvenční charakteristiky otevřené smyčky pro ideální a identifikovanou soustavu

6.5 Nastavování LQ regulátorů

V předchozích oddílech jsme se seznámili s podstatnými vlastnosti regulačních obvodů s LQ regulátory. V tomto oddíle se zaměříme na problematiku nastavení LQ regulátorů tak, aby regulační pochod v maximální míře splňoval požadavky uživatele. V druhé části si připomeneme užitečná pravidla pro nastavování a spouštění adaptivního regulátoru s reálnou soustavou.

6.5.1 Nastavování regulátorů

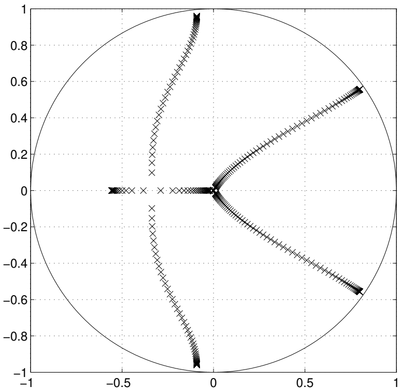
Při povrchním pohledu na LQ optimální regulátory by mohla vzniknout otázka, proč je třeba regulátory nastavovat, když sama optimalizace generuje optimální regulační pochod. Odpověď je jednoduchá. Optimalizační proces skutečně garantuje optimální regulační pochod (když jsou spněny určité požadavky) ale tento proces nemusí být "optimální" podle požadavků uživatele. Průběhy získané optimalizací kritéria s velkou penalizací asi nebudou uspokojovat uživatele v rychlosti odezvy i trvalou regulační odchylkou. Princip ladění v případech LQ regulátorů vlastně spočívá primárně ve volbě takového kritéria (penalizací), které vede na vhodné pochody z hlediska uživatele. Viděli jsme, že na chování regulačního obvodu mají vliv i další okolnosti, zejména perioda vzorkování. Následující část bude věnována způsobům modifikace kritéria.

Nastavitelné parametry kritéria

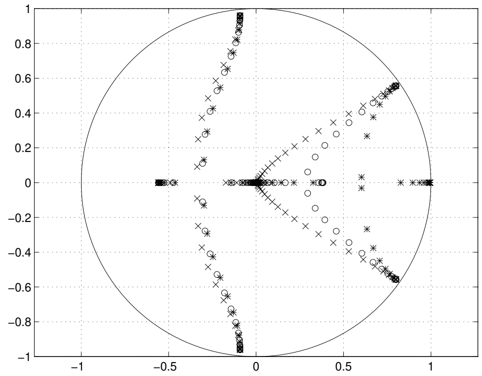
V dosavadním výkladu o LQ regulátorech jsme se seznámili s jediným ladicím prvkem, kterým byla penalizace Qu, resp. $Q\triangle u$. Ukazuje se však, že tento "knoflík" nezajišťuje dostatečnou šíři nastavitelných pochodů. Tuto skutečnost lze dokumentovat na příkladu. Geometrické místo kořenů uzavřené smyčky soustavy S3 v závislosti na velikosti penalizace Qu je na obr.6.62a. Vidíme, že pro libovonou penalizaci tvoří dominamtní kořeny komplexně sdružená dvojice. Na simulacích se lze přesvědčit, že odezva na skok je vždy s překmitem. Penalizací Qu tedy nelze nastavit požadovaná odezva bez překmitů. Na obr.6.62b je geometrické místo kořenů pro tutéž soustavu ale do kritéria byla přidána ještě penalizace diference výstupu $(y(k)-y(k-1))'Qdy(y(k)-y(k-1))$. Při vhodné volbě penalizace Qdy lze dosáhnout nekmitavé odezvy obvodu na skok řízení. Z příkladu vyplývá nutnost rozšířit okruh nastavitelných parametrů kritéria. Na tomto místě je vhodné připomenout, že klasická stavová formulace LQ řízení vede na možnost dosahnout libovolné umístění pólů uzavřené smyčky (při splnění podmínky řiditelnosti). Formulací LQ úlohy opírající se o vstupně výstupní model jsme se této možnosti na první pohled zbavili. V případě vstupně - výstupní penalizace kořeny uzavřené smyčky leží na specifické jednoparametrické křivce, jejímž parametrem je právě Qu/Qy. Viděli jsme, že výběr kořenů z této množiny nemusí vždy reprezentovat požadované chování obvodu. Náprava je však jednoduchá jak principiálně tak i algoritmicky.

Zobecněná penalizace.

Pseudostavové řešení minimalizace kvadratického kritéria (viz oddíl 6.1,6.7) bez problému umožňuje rozšířit penalizaci na obecnou penalizaci pseudostavu. Zatímco v dosa-



Obrázek 6.61: Root locus for LQ design with $0 < Qu/Qy < \infty$



Obrázek 6.62: Root locus for LQ design with $0 < Qu/Qy < \infty$and Q_{dy}=0;1;10

vadních úvahách byla penalizace vstupu a výstupy realizována penalizační maticí

$$Q = \begin{bmatrix} Qu & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & Q_y & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

lze si na jejím místě představit obecnou matici Q.

Nalést obecnou matici která by vedla na požadovanou úpravu regulačního pochodu je dosti obtížné. Výhodnější je chápat takovou matici jako součet různých penalizací s jednodušší maticí. S výhodou použijeme možnosti vyjádřit každou čtvercovou symetrickou matici jako součet matic o hodnosti 1, vzniklé jako součin vektoru a jeho transposice. Jedna složka penalizace má tedy tvar

$$\alpha_i f_i' f_i,$$

kde α je váha této penalizace a f_i je číselný vektor. Jeden člen kritéria bude mít formu

$$Qi = z(k)' f_i' \alpha f_i z(k)$$

Lze vybrat takové vektory f_i které budou mít nenulové prvky jen v části vektoru $z(k)$ odpovídající výstupům či vstupům. Zavedeme-li $\tilde{y}(k) = f_i z(k)$ resp $\tilde{u}(k) = f_i z(k)$, lze tento typ penalizace chápat jako penalizaci fitrovaných veličin, kde filtr má charakter FIR filtru. Kritérium nemusí obsahovat jen jediný typ filtrace. Bez problému lze použít libovolnou lineární kombinaci takových filtrů. Bude-li $\tilde{z}(k)$ náš pseudostav, sestavený ze zpožděných vstupů a výstupů, lze použít kritérium

$$\Psi = \sum_{t_0+1}^{t_0+T} \tilde{z}'(k)Q1\tilde{z}(k) + \tilde{z}'(k)Q2\tilde{z}(k) + \ldots \tilde{z}'(k)Qn\tilde{z}(k) \tag{6.35}$$

Návrh a volba jednotlivého filtru se zdá být jednosušší než volba celé matice. Tak v našem příkladě jsme zvolili penalizaci diference výstupu proto, že kmitavost odezvy se více projevuje právě v diferenci výstupu. Použitý filtr byl jednoduchý $f(z) = [1 - z^{-1}]$, z toho vektor $f_1 = [0 \ldots 01 - 1 \ldots 0]$ a výsledná matice kritéria by měla tvar

$$Q = \begin{bmatrix} Qu & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & Qy + Qdy & -Qdy ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & -Qdy & Qdy & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Qu, Qy, Qdy jsou parametry, kterými lze modifikovat kritérium. V LQtoolboxu je uvedena procedura **lqexuni.m**, která realizuje tyto modifikace navíc ještě s penalizací přírůstků vstupu $u(k) - u(k-1)$. Struktura této procedury může sloužit jako vzor pro přípravu procedury pro jiné typy penalizací.

Úprava přenosu otevřené smyčky.

Uvedené dynamické penalizace rozšiřují prostor pro nastavení regulačního pochodu podle přání uživatele ale přesto nezajistí splnění všech požadavků. Typickým případem je požadavek nulové trvalé odchylky regulátoru na skok žádané hodnoty. Uvedli jsme si, že jedním ze způsobů, jak toho dosáhnout je přidat do přenosu otevřené smyčky integrační faktor. Tento přístup je možné zobecnit v tom smyslu, že lze otevřenou smyčku doplnit libovolným přenosem. Syntézu je pak třeba provést pro novou soustavu, sestávající ze seriové kombinace původní soustavy s přidaným přenosem. Algoritmické řešení je prosté. V případě zařazení integrátoru postupujeme takto:

1.Před optimalizačním procesem vytvoříme nový jmenovatel soustavy

$$\bar{a} = (1 - z^{-1})A(z^{-1})$$

(v Matlabu: a=conv([1 -1],a);) Tímto krokem říkáme, že v obvodu bude integrátor

2. Po skončení optimalizace podobným způsobem rozšíříme polynom R regulátoru. Tento krok skutečně integrátor do obvodu dodá.

V případě doplnění soustavy obecným přenosem je třeba obdobně upravit čitatele a jmenovatele soustavy a po optimalizaci upravit R, S regulátoru.

Uvedeným postupem lze provádět spolu s návrhem LQ i libovolný návrh korekčního členu podle klasických přístupů. Povede-li návrh filtru k regulačnímu pochodu, který je blízký optimálnímu, navrhne syntéza LQ regulátor, který bude obvod jen málo korigovat. Lze si představit extrém. Navrhneme filtr jako LQ optimální. Pak nám vyjde přenos navrhovaného regulátoru roven 1.

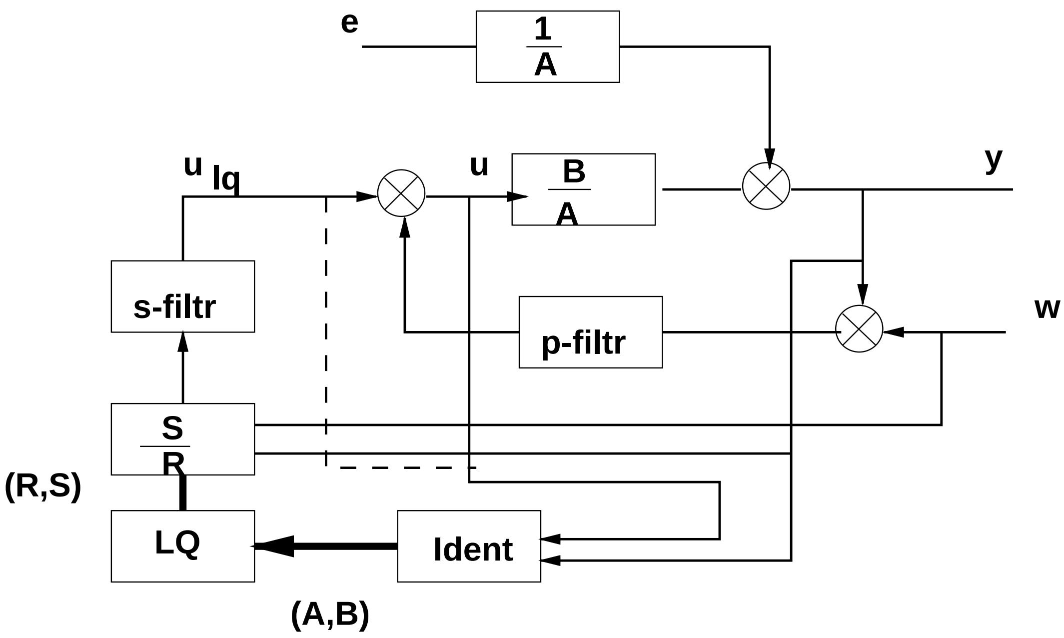
Ukázali jsme si nastavování LQ regulátoru v případě, kdy je tento regulátor v serii s korekčním filtrem. Podobně je možné se zabývat problematikou návrhu LQ regulátoru, pracujícího paralelně s nějakým filtrem. V takovém případě potřebujeme navrhnout LQ regulátor k soustavě, která již má ve zpětné vazbě jiným regulátor R1. V takovém případě však LQ regulátor nenavrhujeme na původní soustavu,ale na soustavu s přenosem S_n

$$S_n = \frac{S}{1 + SR1}$$

Uvedený postup je zcela běžný a často se nevědomky používá při řízení procesů, které obsahují vnitřní zpětnou vazbou. Je to standardní postup u nestabilních procesů, kdy se nejprve navrhne stabilizující zpětná vazba a dalším regulátorem se dosahuje požadovaných vlastností smyčky.

Výhodou tohoto zapojení je, že při použití Qu jako ladicího knoflíku měníme přenos uzavřené smyčky od přenosu s prvotním regulátorem k optimálnímu LQ obvodu. Navíc paralelní spojení vytváří přirozené zálohování činnosti. Nevýhodou je složitější přepočítání soustavy při LQ návrhu. Tento nedostatek odpadá při použití adaptivní formy regulátoru, kdy změnou vstupního signálu do identifikace lze identifikovat buď vlastní soustavu nebo soustavu již s prvotním regulátorem.

V obecné podobě je možné zapojit paralelně dva LQ regulátory a ukazuje se, že i jejich adaptivní verze pracují spolehlivě.



Obrázek 6.63: Schema adaptivního LQ regulátoru s paralelním a seriovým filtrem

6.5.2 Implementace LQ regulátorů

Problémy, které je třeba řešit před aplikací LQ adaptivního regulátoru na zvolenou soustavu, je celá řada a je jich rozhodně více a jsou složitější než u klasických typů regulátorů. Výsledkem může být zlepšená (i výrazně) kvalita řízení procesu, možnost splnit některé specifické technologické požadavky (na př. rychlá odezva na skok s nepatrným (či žádným) překývnutím).

Je proto logické, že o implementaci LQ řízení má význam se pokoušet v případech, kdy klasické regulátory, byť dobře nastavené, nezajišťují požadovanou kvalitu řízení a je přitom naděje, že by pochod mohl být lepší. Žádný regulátor nezrychlí odezvu na skok v případě, že vstup soustavy je v nasyceném stavu po dlouhou dobu přechodové charakteristiky i s PI regulátorem. Těžko můžeme očekávat, že průběžná identifikace poskytne kvalitní model pro syntézu optimálního řízení, pokud jsou měřená data výrazně zašuměná, obsahují výraznější drifty nebo systematickou chybu. (Je třeba odlišit případ, kdy **je proces** zašuměný, driftuje a pod. Zde je příčina v poruše, a její vliv je třeba regulátorem kompenzovat.)

Pokud se rozhodneme LQ regulátor implementovat, musíme ve fázi přípravné:

1. rozhodnout, jaký použijeme model (strukturu, řád). To znamená určit kromě vstupu a výstupu eventuelně další pomocné měřené veličiny a kolik zpožděných členů budeme uvažovat v regresoru modelu (řád)

2. podle charakteru změn parametrů zvolit velikost zapomínání.

3. zkontrolovat, zda jsou splněny podmínky pro to, aby odhadování parametrů regresníhpo modelu vedlo k nestranným odhadům.

4. je třeba se rozhodnout, zda použijeme přírůskový model (vneseme integrační složku do regulační smyčky).

5. vygenerovat počáteční podmínky pro průběžnou identifikaci zabudováním apriorní informace.

Proces připojení a naladění regulátoru lze urychlit počítačovým programem, který pomůže odhalit problémy ještě před vlastním nasazením regulátoru a poskytuje prostředky jak situaci napravit.

K takovým prostředkům patří na př. programový systém ABET pro Matlab [15], [16]. Ten provádí následující operace:
1. Sběr a filtraci dat naměřených na procesu.
2. Určování struktury na základě naměřených dat spolu s možností zadat apriorní informaci o procesu v různých formách.
3. Identifikace parametrů z naměřených dat. Je možno volit různé formy a velikosti zapomínání. Ze získané kovarianční matice parametrů se dá odhadnout věrohodnost získných parametrů a tím i celého modelu.
4. Návrh regulátoru pro získaný model a simulační ověření. Pokud je k disposici dostatečně přesný model lze v tomto režimu nastavit a ověřit regulátor tak, že jeho přechod na reálný objekt bude provázen minimálními problémy. Pokud jako model pro simulaci bude sloužit model získaný identifikací a použitý pro syntézu, bude verifikace regulátoru jen omezená, neboť složitost a nelinearita systému zde nebude reprezetována.

Připojení regulátoru do regulační smyčky

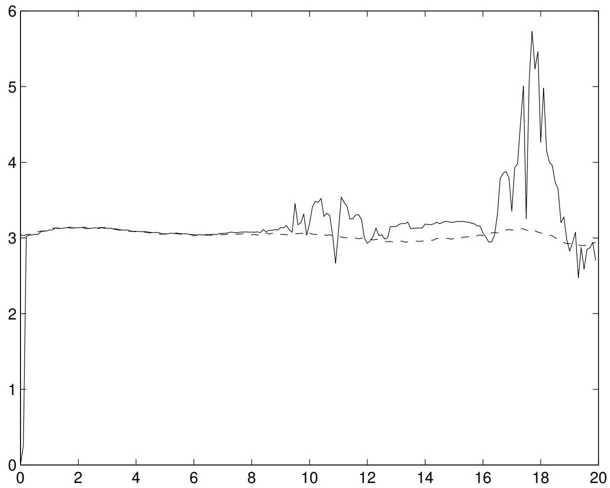
Proces syntésy je dostatečne spolehlivý a reprezentuje deterministickou transformaci parametrů modelu na parametry regulátoru. Tuto transformaci modifikuje kritérium. Jedinou neurčitou veličinou je potřebná délka horizontu, která vede na stabilizující řízení.

Důvody, proč může adaptivní regulátor selhat jsou následující:
1. Zvolena nevhodná struktura modelu soustavy
2. Identifikace dává parametry, které necharakterizují dobře řízený proces a proto z důvodů nepostačující robustnosti dostáváme nepřijatelné chování.

Start.
Adaptivní regulátor se obvykle aktivuje tak,že se proces řídí jiným typem regulátoru (či ručně) a v určitém okamžiku se přepne řízení na adaptivní regulátor. Pro okamžik přepnutí je třeba zajistit t.zv. beznárazové podmínky, které zajistí, že do registrů dat v adaptivním regulátoru se dostanou skutečné minulé hodnoty uvažovaných signálů. To se dá zajistit tak, že regulátor pracuje určitou dobu pouze v režimu “pozorování” , kdy registruje jednotlivé veličiny, může provádět identifikaci i syntézu, ale její výsledky se nepoužijí. Ve vhodném okamžiku, kdy je proces co nejklidnější se přepne vstup do soustavy na výstup aptivního regulátoru. Výsledek lze rozdělit do tří skupin

1. Pochod je dobrý - akceptovatelný. Pak je vše v pořádku a lze eventuelně provést doladění změnou penalizací, pokud to implementace dovolí.

2. Po přepnutí došlo k většímu, nežádoucímu vybuzení soustavy ale postupně se proces uklidňuje a regulační pochod se stane dobrý. Toto je typická reakce na špatné počáteční



Obrázek 6.64: Postupný přechod od řízení PID regulátorem na LQ řízení

odhady parametrů použitého modelu a závadu lze odstranit tím, že použijeme lepší odhady parametrů. Na př. z delšího předchozího běhu, který byl úspěšný, provedením důkladnějšího identifikačního experimentu, zabudováním dostupné apriorní informace. To, že se proces uklidnil a dále pracuje regulátor uspokojivě svědčí o tom, že struktura modelu procesu je adekvátní a identifikace vede k odhadům parametrů, které soustavu dobře reprezentují.

3. Nejhorší situace nastane v případě, kdy je regulace tak špatná, že je třeba adaptivní regulátor odstavit(vypnout ze smyčky). Tento stav mohl být způsoben
a/ Nevhodnou strukturou modelu, (příliš nízký řád), nedovolující reprezentovat skutečný proces.
b/ Identifikační proces dává posunuté odhady parametrů např. proto, že nejsou splněny podmínky na charakter poruchy.
c/ Zvolené kritérium vede na regulátor, který není dostatečně robustní.
d/ Proces obsahuje výrazné nelinearity, které model nekokáže reprezentovat.

V takovém případě se pokusíme zvednou řád modelu procesu, tím připravíme pro identifikaci větší volnost respektovat vlastnosti poruchy i soustavy a modifikujeme kritérium tak, aby vedlo k robustnějšímu regulátoru. V předchozím oddíle jsme si ukázali, že zvětšování penalizace Qu a prodlužování periody vzorkování vedou ke zvyšování robustnosti, doprovázené ovšem zhoršením dosažitelné kvality. Nelinearity v procesu se většinou projeví tak, že nelze získat přesnější lineární model. Zvyšování řádu ani důkladnější identifikace už nevede ke zlepšení. Pak zbývá jedině pokus o zvýšení robustnosti regulátoru. Proces ladění není jednorázová záležitost, a je čast třeba celý cyklus připojení regulátoru několikrát opakovat.

Využití signálu referenčního vstupu $u0$ pro kombinaci LQ adaptivního regulátoru a jiného regulátoru jsme si ukázali výše. Jak dokumentuje obr.6.64 je možné volbou jediného parametru přecházet mezi spolehlivým záložním (standardním) regulátorem a regulátorem adaptivním v plynulém režimu.

Na obrázku je zachycen průběh vstupu do řízené soustavy, kterou byl výměník tepla pro přípravu teplé užitkové vody [17]. Jako signál $u0$ byl použit výstup standardního PID regulátoru. V počáteční fázi adaptace, kdy by adaptivní regulátor dával nevhodné akční zásahy byla zvolena velká penalizace Qu. Ta vedla k tomu, že adaptivní regulátor prakticky sledoval signál $u0$ a proces tak byl vlastně řízen standardním způsobem. Postupně se penalizace Qu zmenšovala až na míru vhodnou pro režim LQ regulátoru. (Tato Qu byla vybrána na základě předchozích experimentů). Postupně, jak se penalizace zmenšovala, nabýval na účinnosti LQ řídící algoritmus.

6.6 Vícerozměrová regulace

Z teoretického ani algoritmického hlediska nepředstavuje vícerozměrová verze LQ řízení, to je případ více vstupů a výstupů soustavy, žádné komplikace. V regresním modelu (6.4) a kriteriu (6.2) budou jednotlivé proměnné vektory. Řešení LQ úlohy se provádí ve stavovém prostoru, kde se vektory a matice používaly i pro případ soustavy s jedním vstupem a výstupem. Rovněž algoritmicky nepřináší vícerozměrový případ větší problémy než nárůst dimenze vektorů a matic a s tím spojený nárůst operací a prodloužení výpočtového času.

Co se však komplikuje je analyza chování vícerozměrového regulátoru a jeho nastavování. V jednorozměrovém případě jme vystačili s $Qy = 1$, ve vícerozměrovém případě je Qy matice, a v současné době je obtížné dát přenější návod. Orientační postup byl uveden v [6]. Na druké straně byly i vicerozměrové regulátory aplikovány (experimentálně) v praxi [18].

Pokud charakter procesu nevyžaduje skutečně vicerozměrový přístup, je rozumnou aproximací použití více jednorozměrových regulátorů s externí poruchou, kde externí poruchu tvoří zbylé složky výstupu. Zásadní rozdíl je ten, že primárně je pro každý výstup určen jeden vstup. Na určení akční hodnoty se však podílí i ostatní výstupy. Tato úprava má pak jednu přednost; perioda vzorkování může být pro uvažované regulátory různá.

Podrobnější analyza i přímá programová podpora vychází nad rámec této kapitoly.

6.7 Minimalizace kvadratického kritéria

V tomto oddíle se budeme věnovat podrobněji postupu minimalizace kvadratického kritéria využitím principu dynamického programování a to jednak ve standardní formě a jednak v odmocninové variantě, která bude tvořit základ vlastních výpočetních algoritmů.

6.7.1 Standardní minimalizace kvadratického kritéria

Budeme uvažovat kvadratické kritérium ve tvaru

$$\Psi = \sum_{t+1}^{t+T} [q_y(y(k) - w(k))^2 + q_u(u(k) - u0(k))^2] + x'(T)S_0x(T), \tag{6.36}$$

který představuje nejobecnější formu diskutovanou v kapitole. Formálně je výhodné pro minimalizaci kriteria (6.2) použít stavovou formu popisu soustavy. Nemusí se jednat přímo o stavový model v klasickém smyslu, stačí použít jen stavový zápis. Jeho podmínkou je, že vektor na pravé straně rovnice v čase t je funkcí téhož vektoru v čase $t-1$. Vyjdeme-li z tvaru regresního vektoru (6.12), dostaneme následující zápis.

$$x_t = P_x x_{t-1} + P_u u_t + P_v \bar{v}_{t-1} = P z_{t-1} \tag{6.37}$$

kde $x'_t = [u_t, u_{t-1}, ..., u_{t-nb+1}, y_t, ...y_{t-na+1}, 1]$

$$z'_t = [u_t, x_{t-1}, \bar{v}_{t-1}]$$

$$\bar{v}_{t-1} = [v_{t-1}, ..., v_{t-nd}]$$

Z definic vektorů pak vyplývají tvary jednotlivých matic.

$$P_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & ... & b_{nb} & a_1 & ... & a_{na} & d_1 & ... & d_{nd} & k \\ 0 & ... & 0 & 1 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 & av_1 & ... & av_{nd} & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_u = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ b_0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ve stavové matici P_x jsme rovněž respektovali případný autoregresní model vývoje měřitelné poruchy.

Matice $P = [P_u, P_x]$ se skládá z řádku obsahujícího parametry regresního modelu , parametry modelů vývoje externích poruch (av_i) a příslušného počtu jedniček.

Dále budeme používat vektor $\tilde{z}_t$, který bude obsahovat i další veličiny, na nichž závisí hodnota kritéria. Tak lze zapsat kvadratické kritérium (6.2) následovně:

$$\Psi = \sum_{t_0+1}^{t_0+T} \tilde{z}'_t Q \tilde{z}_t \tag{6.38}$$

kde $\tilde{z}'_t = [x_t, w_t, u_0]$ a pro standardní penalizace je

$$Q = \begin{bmatrix} Qu & ... & 0 & ... & 0 & -Q_u \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & Q_y & ... & -Q_y & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & ... & -Q_y & ... & Q_y & 0 \\ -Q_u & ... & 0 & ... & 0 & Q_u \end{bmatrix}$$

V případě dynamických penalizací může být Q libovolná symetrická positivně semidefinitní matice.

Postup minimalizace je nyní následující: u_{t_0+T} může ovlivnit pouze poslední člen kritéria (6.38). Vyjádříme-li y_{t_0+T} ve vektoru x_{t_0+T} jako funkci předchozích y_t a u_{t_0+T}, můžeme potom najít u_{t_0+T} minimalizující y_{t_0+T}. Na přepočet využijeme matice P z (6.37).

Protože vektor $\tilde{z}_t$ obsahuje další prvky, které se nijak nezmění, lze psát:

$$\tilde{z}_{t_0+T} = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{z}_{t_0+T-1} = \Omega \tilde{z}_{t_0+T-1}$$

Velikost ztráty, kterou chceme volbou u_{t_0+T} minimalizovat je tedy

$$\Psi_{t_0+T} = \tilde{z}'_{t_0+T-1} \Omega' Q \Omega \tilde{z}_{t_0+T-1} = \tilde{z}'_{t_0+T-1} H \tilde{z}_{t_0+T-1} \tag{6.39}$$

Minimum této kvadratické formy se získá standardním způsobem (derivování podle u_{t_0+T} a z podmínky, že derivace je rovna nule). Dostáváme

$$\Psi^*_{t_0+T} = min(\Psi_{t_0+T}) = \bar{z}'_{t_0+T-1}(Hxx - Hux' Huu^{-1} Hux)\bar{z}_{t_0+T-1} \tag{6.40}$$

kde $\bar{z}'_{t_0+T-1}$ je $\tilde{z}_{t_0+T-1}$ bez prvku u_{t_0+T} a H.. jsou odpovídající submatice matice H. Protože H reprezentuje ztrátu v čase $t_0 + T$, přiřadíme jí tento index.

Minimalizovali jsme ztrátu v posledním kroku a nyní přejdeme na minimalizaci předposledního kroku. Ta složka kritéria, která závisí na u_{t_0+T-1} je

$$\Psi^*_{t_0+T} = min\Psi_{t_0+T} = \bar{z}'_{t_0+T-1} Hxx^* \bar{z}_{t_0+T-1} + \tilde{z}_{t_0+T-1} Q \tilde{z}_{t_0+T-1} \tag{6.41}$$

H^* je $(Hxx - Hux' Huu^{-1} Hux)$ zbytek předchozího kroku. $\tilde{z}_{t_0+T-1}$ a $\bar{z}_{t_0+T-1}$ se liší. $\tilde{z}_{t_0+T-1}$ obsahuje žádanou hodnotu w_{t_0+T-1}. Sestavíme tedy "společný" vektor $\tilde{z}_{t_0+T-1}$, který bude obsahovat obě poslední žádané hodnoty w_{t_0+T}, w_{t_0+T-1}. Bude rovněž třeba rozšířit H^* a Q o nulové sloupce na příslušných místech. Dále lze postupovat formálně stejně jako v předchozím kroku. Vyjádříme y_{t_0+T-1} ve vektoru x_{t_0+T-1} jako funkci předchozích y_t a u_{t_0+T-1}. Matice Ω se nyní bude rovnat

$$\Omega = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6.42}$$

Vidíme, že v matici Ω přibyl jeden sloupec,který odpovídá proměnné w_{t_0+T-1}, další proměnné, která se bude dále vyskytovat až do konce minimalizace. Ztráta v předposledním kroku bude

$$\Psi_{t_0+T-1} = \tilde{z}'_{t_0+T-1} \Omega' (H^*_{t_0+T} + Q) \Omega \tilde{z}_{t_0+T-1} = \tilde{z}'_{t_0+T-1} H_{t_0+T-1} \tilde{z}_{t_0+T-1} \tag{6.43}$$

Výsledek minimalizace je obdobný jako v předchozím kroku

$$\Psi^*_{t_0+T-1} = \min_{u_0+T-1} \Psi_{t_0+T-1} = \bar{z}'_{t_0+T-2}(Hxx - Hux' Huu^{-1} Hux)\bar{z}_{t_0+T-2} \tag{6.44}$$

Takto se postupuje dále až se "zpracují" všechny členy kritéria.

Komentáře k získaným výsledkům:

Ukázali jsme si, že řídící zákon je možno rozdělit na několik částí podle toho, jakou proměnnou jsou jejich prvky násobeny. Základní složkou je Hux, která je násobena veličinami $u, \;\; y$. Tato složka definuje vlastnosti zpětné vazby a reprezentuje přenos regulátoru $\frac{u}{y} = \frac{S(z^{-1})}{R(z^{-1})}$. Vztah mezi polynomy $S, \;\; R$ a prvky vektoru Hux je dán vztahem

$$R = [1 \; Hux(1:nb)], \quad S = [0 \; Hux(nb+1:nb+na)]$$

Část Huv reprezentuje dopřednou vazbu (filtr) externí poruchy. Těchto složek může být několik, podle toho kolik externích poruch modelujeme.

Část Huw reprezentuje vliv žádané hodnoty. Viděli jsme, že každá hodnota w_t je reprezentována jedním prvkem Huw. Pokud by kriterium obsahovalo mnoho členů (dlouhý horizont) dimenze Huw by byla veliká. Je však možné akumulovat dopřednou vazbu do jednoho sloupce. Předpokládáme-li, že během uvažovaného horizontu se žádaná hodnota nemění, pak lze prostě všechny prvky vektoru Huw sečíst a výslednou hodnotu použít jako čitatel přenosu regulátoru pro žádanou hodnotu $Fuw = \frac{Huw}{R}$. Vzhledem k tomu, že veličinu w_t je možno si představit jako součin $w_t * 1$, je možné dávat do matice Ω hodnoty w_t a vektor $\tilde{z}_t$ pak obsahuje na místech w_t jedničky. V tomto uspořádání potom můžeme akumulovat do jednoho sloupce libovolný průběh žádané hodnoty.

Podobně $Huu0$ reprezentuje vliv referenční vstupní veličiny a platí pro něj stejné úvahy jako pro Huw.

6.7.2 Minimalizace kvadratického kritéria v odmocninové formě

Uvedený postup minimalizace není vhodný pro praktické výpočty. Rozdíl, který se vyskytuje ve vztahu (6.44) může způsobit, že matice kvadratické formy Hxx přestane být positivně definitní (semidefinitní). To způsobí, že vypočítané hodnoty přestanou mít smysl. Účinným nástrojem k odstranění tohoto jevu je t.zv. odmocninový přístup, kdy místo se symetrickou maticí pracujeme s její odmocninou (faktorem). Na tomto principu jsou založeny všechny algoritmy v této práci.

Odmocnina matice je definována takto. Matice F je odmocninou symetrické, positivně definitní matice A, když platí:

$$A = F'F$$

kde F' je matice transponovaná k F. Matic F které splňují uvedenou podmínku je nekonečně mnoho. Existuje však jednoznačný rozklad na trojúhelníkové matice. Tedy

$$A = \triangle'\triangle = \bigtriangledown'\bigtriangledown$$

přitom $\triangle' \neq \bigtriangledown$ a $\triangle$ resp. $\bigtriangledown$ značí horní resp. dolní trojúhelníkovou matici.

Principem odmocninového přístupu je nahradit počítání se symetrickou maticí počítáním s její odmocninou (faktorem matice). Pro minimalizaci kritéria (6.36) jsme potřebovali operace maticového násobení, součtu matic a vztahu pro minimalizaci kvadratické formy (6.44). Podobně budeme v odmocninovém přístupu potřebovat specifické operace pro práci s odmocninou matice. Maticové násobení zůstane, bude však potřeba definovat operaci odpovídající součtu matic a minimalizaci kvadratického kritéria. Snadno se lze přesvědčit, že faktor součtu matic odpovídá rozšíření matice jednoho faktoru druhým. Nechť $A = F'F$, $B = G'G$ a $C = H'H$. Potom z definice násobení složené matice vyplývá:

$$C = A + B = H'H = [F\ G][F\ G]'$$

tedy

$$H = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix}$$

Minimalizace kvadratické formy: Podle vztahu (6.43) minimalizací kvadratické formy hledáme takové u_t, které minimalizuje

$$[u_t, x_{t-1}]S[u_t, x_{t-1}]'$$

Pokud místo S pracujeme s jeho faktorem F, lze (6.43) napsat ve formě $\|F[u_t, x_{t-1}]'\|^2$ Bude-li F horní trojúhelník, bude u_t ovlivňovat jen velikost prvního prvku uvažovaného vektoru. Minimalizace dosáhneme volbou

$$F_{uu}u_t + F_{u,x}x_{t-1} = 0$$

kde F_{uu}, F_{ux} jsou submatice F stojící při násobení u u_t resp. x_{t-1}. Dosažené minimum je dáno vztahem

$$\|F_{xx}x_{t-1}\|^2$$

Uvedené operace je však v odmocninovém přístupu třeba doplnit ještě jednou operací. Jde o to, že jak operace násobení, tak rozšíření matice naruší trojúhelníkovou formu odmocniny kvadratické formy. Přitom trojúhelníkovou formu potřebujeme jak z důvodu jednoznačnosti, tak pro nalezení optimálního u_t. Potřebnou operací je ortogonální transformace. Pomocí ní lze libovolný faktor matice převést na horní (dolní) trojúhelníkovou matici. Ortogonální transformace je reprezentována regulární čtvercovou maticí T, pro kterou platí $T^{-1} = T'$, tedy $T'T = 1$. Skutečně, násobením odmocniny matice ortogonální maticí zleva nezmění hodnotu kvadratické formy.

$$x'Sx = x'F'Fx = x'F'T'TFx = x' \triangle' \triangle x$$

Algoritmy vhodné transformace T transformující F na $\triangle$, jsou v literatuře známy pod jmény: Householderova transformace, Givensova transformace či elementární rotace.

6.7.3 Algoritmus minimalizace

Algoritmus minimalizace realizuje výše uvedené vztahy s tím, že

- místo odmocniny matice se pracuje s rozkladem symetrické matice na $S = \triangle' D \triangle$, kde $\triangle$ je trojúhelníková matice s jednotkovou diagonálou a D je diagonální matice,
- ortogonální transformace využívají metodu elementárních rotací a jsou realizované procedurami RTREFOR a RTREDUC.

V jednom kroku minimalizace kvadratického kritéria (jedné iteraci Riccatiho rovnice) se provádějí operace uvedené v následující tabulce.

poř.	vzorec	slovní vyjádření	programová realizace
1.	$H = HxxP$	vyjádření průběžné ztráty pomocí předchozího stavu	multp(S,P,dv1,dv2)
2.	$\triangle = TH$	transformace produktu na horní trojúhelníkový tvar	rtrefor(Hn,Dn,H,D)
3.	$Hy = QyP$	vyjádření aktuální ztráty pomocí předchozího stavu	xx= theta
4.	$Hn = T[Hn', Hy']'$	přiredukování aktuální ztráty k průběžné ztrátě	rtreduc(Hn,Dn, theta ,Qy)
5.	$Hn = T[Hn', Qu']'$	přiredukování penalizace u	rtreduc(Hn,Dn, qu ,Qu)
6.	$S = Hn_{xx}$	minimální aktualní ztráta je submaticí výsledné ztráty	rtdecom(Hn,Dn,Huu,Hux, Hxx,Ds)
	$cl = Hn_{ux}$	řízení je v prvním řádku Hn	

6.7.4 Realizace procedury pro minimalizaci

Soubor programů a simulačních schemat LQtoolbox, vytvořený na podporu osvojení vlastností a použití LQ regulátoru pro prostředí Matlab - Simulink, obsahuje celou řadu modifikací minimalizace kvadratického kritéria. Podrobně si probereme základní verzi, realizovanou v souboru **lqex2.m**.

Vstupními parametry jsou :

polynom $B(z^{-1})$ čitatele přenosu soustavy,

polynom $A(z^{-1})$ jmenovatele přenosu soustavy,

konstantní člen přenosu reprezentující offset K (běžně nula),

horizont řízení NSTEP,

penalizace akční veličiny QUR (QY je rovno vždy jedné),

dalším parametrem může být pole D dvouřádkových matic Di, které obsahují v prvním řádku čitatele přenosu poruchy a v druhém řádku autoregresní model vývoje poruchy. Tento model nesmí být vyššího řádu než příslušný čitatel. V případě, že model autoregresní poruchy nechceme uvažovat, obsahuje tento řádek nuly.

Výstupními parametry jsou :

polynomy R, S reprezentující zpětnovazební část regulátoru,

KON člen odpovídající konstantě K regresního modelu,

dopředná vazba žádané hodnoty Clw

dopředná vazba referenčního vstupu Clu0

dopředná vazba měřitelné poruchy

faktory Riccatiho matice Hxx, Ds,

diagonální prvek Du

Prvních pět položek definuje regulátor, zbylé dvě charakterizují výsledky optimalizace kritéria.

Procedura se sestává ze dvou částí. Přípravná část sestavuje matici P zde označenou jako PR a strukturální vektor STR obsahující různé potřebné dimenze pro další výpočty. Matice PR má rozměry NA +NB +3, to znamená, že má rezervován jeden sloupec pro konstatntní člen soustavy, jeden sloupec na řízení w_t a jeden sloupec na proměnnou $u0$, sloužící ke kompenzaci offsetu. K vytvoření matice PS, STR slouží MEX funkce ABD2PREI. Protože je matice PR řídká, procedura MAKEDV(PR) nalezne polohu nenulových prvků a jedniček pro efektivní maticové násobení, realizované procedurou RTMULTP. Procedura MAKESE zakládá počáteční odmocninu Riccatiho matice reprezentovanou maticemi S,DS (trojúhelníková matice a diagonála). Definuje se vektor QU penalizace akční veličiny a pomocný vektor XX. Sestavuje se vektor TH parametrů regresního modelu. Dále se zakládají matice HN,DN, a pomocné matice H,DH. Dekomposicí matice HN v proceduře DECOMIE získáváme jednotlivé submatice, Hux obsahuje řídící zákon a DS,S přecházejí do další iterace. Veličina DU nese informaci o robustnosti návrhu.

Založení všech proměnných má význam pro zefektivnění výpočtů v iterační smyčce, která následuje. V ní jsou použity procedury v “real-time” versi, tedy takové, které operují na existujících polích,

Iterační smyčka je řízena délkou horizontu. V ní se provádí:
– násobení S*PR **rtmultp(h,s,pr,dnz,don);**
– transformace vzniklé netrojúhelníkové matice na trojúhelníkovou **rtrefor(h,ds,hn,dn);**
– přiredukování vektoru reprezentujícího penalizaci výstupu $(Qy * \Theta)$, uvažování žádané hodnoty je respektováno hodnotou -1 v předposledním sloupci
xx=th; xx(npr -1) = -1; rtreduc(hn,dn,xx,1.);
– přiredukování penalizace QU, uvažování kompenzace offsetu pomocí $u0$ je respektováno hodnotou -1 v posledním sloupci,**xx=qu;qux=qur; rtreduc(hn,dn,xx,qux);**
– dekomposice HN na jednotlivé submatice **rtdecom(hn,dn,hu,hux,s,du,ds);**.
Na konec procedury se naplní výstupní vektory.

Pro adaptivní versi regulátoru a pro blok syntézy LQ regulátoru v Simulinku byla vytvořena modifikace této procedury, která se liší ve vstupních parametrech. Místo koeficientů přenosu modelu se zadává vektor parametrů modelu TH a jeho struktura STRU. Ta obsahuje udaje [NB NA MV [Di]],kde NB je počet prvků vektoru TH odpovídající proměnným u, NA obdobně udává počet parametrů odpovídajících y, MV je počet poruch a pole Di obsahuje dvojici údajů:[počet parametrů odpovídajících poruše Vi ,počet koeficientů autoregresního modelu poruchy Vi].

Vlastní blok syntézy v Simulinku je vytvořen maskováním a jeho parametry jsou:

Vstupní parametry: Ts, STRU,NSTEP,QUR, Ts je perioda vzorkování.

Simulinkový vstup u: [TH AV]

Simulinkový výstup: Hux

Procedura uchovává většinu proměnných v globálních veličinách. Část proměnných se uchovává ve vektoru diskretních stavů

Výpis funkce lqex2.m

```
function [rr,ss,kon,clw,clu0,cld,s,ds,du]=lqex2(b,a,k,nstep,qur,d)
%
% [rr,ss,kon,clw,clu0,cld,s,ds,du]=lqex2(b,a,k,nstep,qur,d)
%
%  LQ optimal controller with external disturbance
%
% b(z^-1)/(a(z^-1) system discrete transfer function
% k/(a(z^-1)  system offset
% nstep number of iterations of the Riccati equation (horizon)
% qur input penalization
% d(z^-1)/(a(z^-1) disturbance discrete transfer function
%
% ss(z^-1)/rr(z^-1) controller feedback part transfer function
% kon/rr(z^-1) offset term of the controller
% clw/rr(z^-1) transfer function of the output reference  filter
% clu0/rr(z^-1)transfer function  of the input refrence  filter
% cld(z^-1)/rr(z^-1)transfer function  of the disturbance  filter
% s,ds Riccati matrix factors s'* ds * s
% du weight of the control law
%
 if (nargin<6) d=[]; end
 [pr,str]= abd2prei(b,a,k,d);
 [prm,prn]= size(pr);
  [s,ds] = makese(str,1000);
  [dnz,don]= makedv(pr);
   th=pr(str(2),:);
   m=str(8);
  qu=zeros(size(th)); qu(1)=1;qu(m)=-1;
  h=s*pr;
  [mm,nn]= size(h);
  hn= zeros(mm+1,nn); dn=eye(mm+1);
  [hu,hux,hxx,du,dx]= decomie(str,hn,dn);
  for i=1:nstep
     rtmultp(h,s,pr,dnz,don);
     rtrefor(h,ds,hn,dn);
     xx=th; xx(m-1)=-1;
     rtreduc(hn,dn,xx,1.);
     xx=qu;qux=qur;
     rtreduc(hn,dn,xx,qux);
```

```
    rtdecom(hn,dn,hu,hux,s,du,ds);
  end
  nb=str(2);na=str(4);m=str(8);nd=str(6);
 rr=hux(1:nb);ss=hux(nb:na +nb);kon=hux(m-2);ss(1)=0;
 if (nargin<6) cld=[]; else cld=hux(na +nb+1:na +nb+ nd); end
 clw=hux(m-1);clu0=hux(m);
```

6.8 LQtoolbox

Předkládaný **toolbox** vznikl pro potřeby demonstrovat vlastnosti a použití LQ regulátorů

- potřebujících znalost diskretního přenosu soustavy $\frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$
- adaptivních LQ regulátorů

Současný Toolbox pro Matlab 4.2 se Simulinkem 1.3 nabízí:

- Simulinková schemata,
  - s pevným regulátorem. (Různá schemata pro demonstraci různých vlastností)
  - s adaptivním regulátorem (pro standardní regresní model a model s integratorem)
- .M soubory, řešící LQ optimalizaci, tedy funkce počítající optimální řídící zákon. Vypočítaný přenos regulátoru se použije v Simulinkových schematech. Je jich uvedeno několik, pro regresní model, přírůskový model, pro předprogramování žádané veličiny, pro penalizace přírůsků y a u a j. Cilem rozmanitosti je snaha ukázat, jak se s algoritmem pracuje tak, aby byl uživatel eventuelně schopen sám si napsat vlastní .M soubor pro nějaký specifický regulátor, třeba vícerozměrový.
- skupina .mex a .m souborů (včetně jejich zdrojových modulů v jazyce C), které tvoří jádro matematických operací, zejména práce s odmocninami matic, používaných při odmocninové optimalizaci kvadratického kritéria,(odmocninové řešení Riccatiho rovnice).

Adaptivní regulátor je ve schematech realizován skupinou S-funkcí pro identifikaci, optimalizaci a realizaci akčního zásahu, ev. dalších, které jsou v některých případech spojeny do jednoho bloku. Tato schemata mají funkci

1. Demo souborů
2. Typického simulačního prostředí pro testování adaptivních LQ regulátorů, kde si uživatel může měnit soustavy či nastavení regulátoru.
3. Zdroje bloku "LQ adaptivní regulátor" pro jiná, uživatelem používaná simulační schemata.

V toolboxu není kladen důraz na uživatelsky příjemné (grafické) nastavování parametrů či voleb. Z tohoto hlediska se předpokládá standardní znalost práce s Matlabem a Simulinkem.

Simulinková schemata:

sch_a.m Základní simulační schema pro pevný regulátor bez využití reference u0 a externí poruchy.

sch_aw.m Simulační schema s pevným regulátorem demonstrující vliv předprogramování žádané hodnoty. Regulátor se vygereruje procedurou lqex3.m

schema1.m Základní simulační schema pro pevný regulátor s využitím reference u0 pro kompenzaci offsetu.

schema2.m Základní simulační schema pro pevný regulátor s využitím reference u0 pro kompenzaci offsetu, soustava je simulována spojitě.

ides3.m Základní simulační schema pro adaptivní regulátor. pomoci přepinače **sw** lze přepnou mezi pevně nastaveným a adaptivním regulátorem

sch_an.m Simulační schema demonstrující kompenzaci šumu adaptivním regulátorem. Spojitě simulovaná soustava umožňuje demonstrovat vliv periody vzorkování.

adlqi.m Simulační schema demonstrující použití adaptivního regulátoru se zabudovaným integračním členem. Ve schematu je naznačeno použití filtrů na data pro identifikaci.

adlqs.m Simulační schema demonstrující použití adaptivního regulátoru s možností využít signál u0.

adpid1.m Simulační schema demonstrující použití adaptivního regulátoru současně s jiným, pevně nastaveným regulátorem.

Funkce pro výpočet LQ optimálního regulátoru a Simulinkové procedury.

lqex1.m Základní optimalizační procedura

lqex2.m Optimalizační procedura rozšířená o externí poruchu

lqex3.m Optimalizační procedura s předprogramováním

lqex4.m Optimalizační procedura se zabudovaným integračním členem

lqex5.m Optimalizační procedura pro parametry ve formě vektoru identifikovaných parametrů

lqexuni.m Optimalizační procedura umožňující dynamické penalizace (přírůstků vstupů a výstupů)

jbslide.m Identifikační S- funkce

jbslideo.m Identifikační S- funkce rozšířená o odhad kovariance šumu.

lqswjbg.m Starší verse S- funkce pro LQ optimalizaci

lqjbse.m Novější verse S- funkce pro LQ optimalizaci

ctrl.m S-funkce pro výpočet akčního zásahu, starší verse

ctrle.m S-funkce pro výpočet akčního zásahu,novější verse

Stavebními kameny funkcí a simulačních schemat jsou následující procedury.

abd2prei.mex Generuje pseudostavovou matici soustavy na základě polynomů čitatele (b) , jmenovatele (a) přenosu soustavy offsetu (k) a čitatele (d) přenosu externí poruchy

decomie.m Provádí dekomposici trojúhelníkové matice na příslušné submatice

makedv.mex Identifikuje nenulové prvky ve stavové matici pro rychlé násobení

makese.m Generuje počáteční Riccatiho matici

makes.m Starší verse předchozího

rtabd2pr.mex Modifikuje parametry stavové matice novými polynomy a,b,d a k

rtdecom.mex Aktualizuje dekomposici trojúhelníkové matice

rtmultp.mex Provádí rychlé násobení s využitím znalosti posice nenulových prvků stavové matice

rtreduc.mex Redukuje trojúhelníkovou matici a řádek na trojúhelníkovou matici

rtrefor.mex Transformuje obdélníkovou matici na trojúhelníkovou

rtth2pre.mex Aktualizuje stavovou matici soustavy novými parametry podle vektoru parametrů

th2abd.mex Rozloží vektor parametrů na polynomy a,b,d.

th2prei.mex Generuje pseudostavovou matici soustavy na základě vektoru parametrů a vektoru zadávající strukturu.

integr1.m S-funkce rozšiřující část vektoru parametrů o integrátor.

integr2.m S-funkce rozšiřující řídící zákon o integrátor

trial1.m S-funkce, provádějící skalární násobení koeficientů předprogramování s posunutou žádanou hodnotou.

oldval.m S- funkce zpožďující čádanou hodnotu. Užitečné pro předprogramování, umožňující emulovat budoucí žádanou veličinu.

Soubor **modely** umožňuje zvolit jednu z připravených soustav a pomocí **lqexuni.m** spočítat řídící zákon.

Poznámky:

použité identifikační procedury předpokládají strukturu parametrů jako v regresním modelu v tomto uspořádání: [b0 b1 ... bn a1 a2 ... an k]

optimalizační procedura **lqswjbg** a regulátor **ctrl**, **ctrle** předpokládají výše uvedenou strukturu parametrů a z ní plynoucí strukturu řídícího zákona.

optimalizační procedura **lqjbse** umí libovolné délky (stupně) polynomů (a,b,d)

Do **lqswjbg** je třeba zavádět i žádanou hodnotu

Základem algoritmu minimalizace kvadratického kritéria a všech jeho modifikací budou následující matematické operace naprogramované v C a realizované v Matlabu jako MEX funkce. Další operace v té části výpočtů, kterou lze označit jako inicializační a která se v simulaci či nasazení algoritmu v reálném čase probíhá pouze jednou jsou tvořeny dalšími příkazy Matlabu a M-funkcemi. Některé z MEX procedur jsou realizovány v rt- tvaru, t.j. jako funkce bez výstupních parametrů. Při jejich použití se nezakládají nová pole a doba, kterou tyto funkce potřebují je minimalizována. Toto uspořádání programu umožňuje zapsat algoritmy ve formě, která se poměrně dobře shoduje s teoretickým odvozením, algoritmy se snadno modifikují na různé specialní případy a přitom se zachovává vysoká numerická efektivita výpočtů opírající se o spolehlivé a dobře propracované procedury řešící natematické operace specifické pro úlohu odmnocninové minimalizace kvadratického kritéria.

Literatura

[1] J. Böhm, M. Kárný, and A. Halousková, "LQ optimization with irregular input-output sampling: Algorithmic and complexity aspects," in *Preprints of the European IEEE Workshop CMP'94* (L. Kulhavá, M. Kárný, and K. Warwick, eds.), pp. 265–268, Prague: ÚTIA AVČR, 1994.

[2] J. Böhm, "On algorithmic problems related to multivariate adaptive lqg controllers," in *Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96*, pp. 310–314, 1996.

[3] I.D.Landau, D.Rey, A.Karimi, and A. A.Voda, "A flexible transmition system as a benchmark for robust digital control," *European Journal of Control*, vol. 1, pp. 77–96, 1995.

[4] B. Wittenmark, "An active suboptimal dual controller for systems with stochastic parameters," *Automatic Control Theory and Application*, vol. 3, no. 1, pp. 13–19, 1975.

[5] V. Peterka, "Číslicové řízení procesu s náhodnými poruchami a neurčitými charakteristikami," tech. rep., ÚTIA AVČR, POB 18, 18208 Prague 8, CR, 1975.

[6] M. Kárný, A. Halousková, J. Böhm, R. Kulhavý, and P. Nedoma, "Design of linear quadratic adaptive control: Theory and algorithms for practice," *Kybernetika*, vol. 21, 1985. Supplement to No. 3, 4 ,5, 6.

[7] J. Böhm, "LQ self-tuners with signal level constraints," in *Preprints of the 7th IFAC/IFIP Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, vol. 1, pp. 131–137, 1985.

[8] J. Böhm and M. Kárný, "Self-tuning regulators with restricted inputs," *Kybernetika*, vol. 18, no. 6, pp. 529–544, 1982.

[9] M.-A. R. Bitmead, M. Gevers, *Adaptive Optimal Control. The Thinking Man's GPC.* Prentice Hall, 1990.

[10] C. Souza, "Monotonicity and stabilizability results fot the solution of the riccati difference equation," in *Proc. Workshop on the Riccati Equation in Control, Systems and Signals* (S. Bittanti, ed.), pp. 38–41, 1989.

[11] A. W.H.Kwon, "On feedback stabilization of time-varying discrete linear systems," *I.E.E.E.Transactions on Automatic Control*, vol. AC-23, pp. 479–481, 1978.

[12] J. Bohm, "The set point control and offset compensation in the discrete LQ adaptive control," *Problems of Control and Information Theory*, vol. 17, no. 3, pp. 33–46, 1988.

[13] V. Kučera, *Analysis and Design of Linear Controled Systems.* London: Prentice - Hall, 1991.

[14] K.J.Aström and B. Wittenmark, *Computer Controlled Systems,Theory and Design.* London: Prentice -Hall, 1990.

[15] P. Nedoma, and M. Kárný and J. Böhm, "Designer : Preliminary tunning of adaptive controllers," in *Proceeding of the 2nd scientific–technical Conference PROCESS CONTROL, Horní Bečva, 1996* (J. Krejčí, ed.), pp. 225–228, 1996.

[16] P. Nedoma, and M. Kárný and J. Böhm, *ABET: Adaptive Bayesian Estimation Toolbox for MATLAB.* Prague, Czech republic: ÚTIA AV ČR, 1996.

[17] J. Böhm, "Experiments with lq adaptive controller in the heat exchanger station at stu bratislava," Tech. Rep. 1919, ÚTIA AVČR, P.O.Box 18, 182 08 Prague, Czech Republic, 1998.

[18] J. Fessl, "An application of multivariable self-tuning regulators to drum boiler control," *Automatika*, vol. 22, pp. 581–585, 1986.